Lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre

Année 2007 – 2008

Projet :

Cadran Solaire

Nicolas Maury

Lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre

Année 2007 – 2008

Projet :

Cadran

Solaire

Nicolas Maury

Avant-propos

Tonnerre (48° N, 4° E), le 19 Mars 2008

Il y a tout juste un an, suite à un TP réalisé en classe de Seconde concernant la mesure du temps, ce projet prenait naissance …

… Un groupe d'élève, intéressé par l'activité réalisée en travaux pratiques concernant le fonctionnement d'un cadran solaire équatorial, revient en classe passionné avec plein de questions et le désir d'en fabriquer un pour chez eux : « Comment faire pour réaliser un cadran solaire mural ? », « Est-ce compliqué ou aussi simple que le cadran solaire équatorial ? », « Peut-on se repérer également dans l'année ou bien simplement dans l'heure de la journée ? »,

« Et si on en fabriquait un pour notre établissement ? »

Voilà donc comment tout a commencé…

On retrouve des cadrans solaires partout dans notre vie quotidienne. Ce sont à la fois des éléments ornementaux mais également des outils de mesure du temps qui s'appuient sur des phénomènes astronomiques périodiques. Ce sont aussi des témoins de l'histoire car beaucoup des cadrans que nous pouvons observer aujourd'hui datent du Moyen-âge ou encore de la Renaissance, époque où leur utilité allait de soi.

Ce livret se propose d'expliquer comment « calculer un cadran solaire » pour le tracer ensuite sur papier. Il nous faudra donc commencer par introduire quelques connaissances indispensables en astronomie. Puis nous tenterons de répondre aux questions suivantes :

- *Qu'est-ce qu'un cadran solaire équatorial ?*
- *Comment, à partir de ce cadran, passer au cadran méridional ?*
- *Comment faire quand le mur n'est pas orienté plein Sud mais décliné ?*
- *Et le style, la partie proéminente qui projette son ombre, comment faut-il l'orienter ?*
- *Dans l'année, peut-on se repérer dans les saisons ?*

Nous nous adressons ici à toute personne voulant construire un cadran solaire même n'ayant que très peu de connaissances en astronomie. Nous rendons compte ici des étapes que nous avons franchies pour réaliser notre projet de cadran solaire.
Nous espérons que ce livret répondra à l'ensemble de vos interrogations.

L'équipe du projet « Cadran Solaire »

Table des matières

Dossier scientifique

1 Le gnomon, un instrument à la base du cadran solaire équatorial

2 Comment se repérer dans le temps avec un cadran solaire ?

3 Position géographique de Tonnerre

4 Détermination des lignes horaires d'un cadran méridional

5 Détermination des lignes horaires d'un cadran solaire vertical déclinant

6 Quelle orientation pour le style de notre cadran solaire ?

7 Notions de déclinaison, de hauteur et d'azimut du Soleil

8 L'indicateur des saisons

9 Qu'est-ce qu'un analemme ?

10 Conception de notre cadran solaire vertical déclinant

Annexes

Dossier scientifique

1 Le gnomon, un instrument à la base du cadran solaire équatorial

Le *cadran solaire équatorial* est sans nul doute le plus simple des cadrans solaires mais également celui qui est à la base de la construction de tous les autres types de cadrans existant.

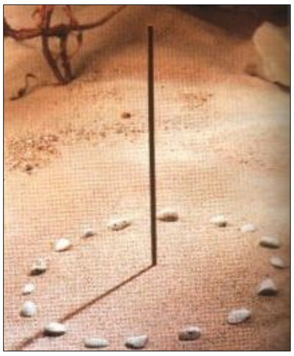
Avant d'expliquer les principes sur lesquels s'appuient les constructions des autres cadrans, il nous faut donc impérativement comprendre son propre fonctionnement, c'est notre objectif ici.

I. Comment se repérer sur Terre ?

Se repérer sur Terre, c'est à la fois être capable de se repérer dans l'espace mais également être capable de se repérer dans le temps. Dans l'élaboration d'un cadran solaire, notre position sur le globe terrestre a une importance capitale et il est bon d'avoir une bonne connaissance de notre système horaire.

Notre système horaire est basé sur des journées d'une durée de 24 h. Ce système de découpage du temps en des journées de 24 heures, des heures de 60 minutes et des minutes de 60 secondes, nous provient des temps anciens et plus précisément des Babyloniens qui comptaient en base 60. Aujourd'hui, nous avons accès à des durées bien plus petites que la seconde et notre société a donc choisi pour les subdivisions de la seconde, des découpages en base 10 (notre base actuelle). On parle ainsi de $10^{\text{ème}}$ de seconde, de $100^{\text{ème}}$ de seconde, …

La Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil. On appelle *jour solaire* la durée prise par la Terre pour effectuer un tour sur elle-même et se retrouver dans la même position par rapport au soleil. La durée du jour solaire varie au cours de l'année. Par définition, on pose que le *jour solaire moyen* a une durée de 24 h.

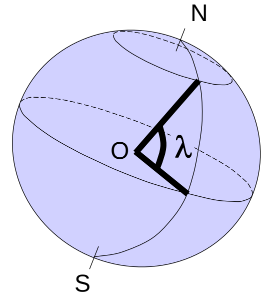


Sur quel principe astronomique est basé le fonctionnement du cadran solaire ?

Au fur et à mesure que le soleil monte, les ombres raccourcissent fournissant alors un moyen très simple de mesurer le temps qui passe. Un simple bâton (le gnomon) devient une horloge solaire (en grec, le gnomon est "celui qui sait, qui discerne et sert de mesure"). Pour en faire un cadran solaire il suffit de marquer au sol des divisions correspondant aux différentes heures de la journée. L'art de fabriquer des cadrans solaires est la gnomonique. (Ci-contre la photo d'un gnomon)
Les cadrans solaires étaient déjà utilisés par les Babyloniens. En France l'un des plus célèbres est celui de la cathédrale de Chartres nous venant du Moyen Age. Malheureusement à l'intérieur des bâtiments, la nuit et quand il pleut, le cadran solaire n'est d'aucune utilité !

Afin d'étudier le fonctionnement des cadrans solaires, nous allons tout d'abord effectuer des activités expérimentales à l'aide de globes terrestre. Il nous faut donc être capable de nous repérer sur un globe à la fois de manière spatiale mais également de manière temporelle pour simuler l'avancement du temps.

I.1. Comment se repérer sur le globe terrestre ?

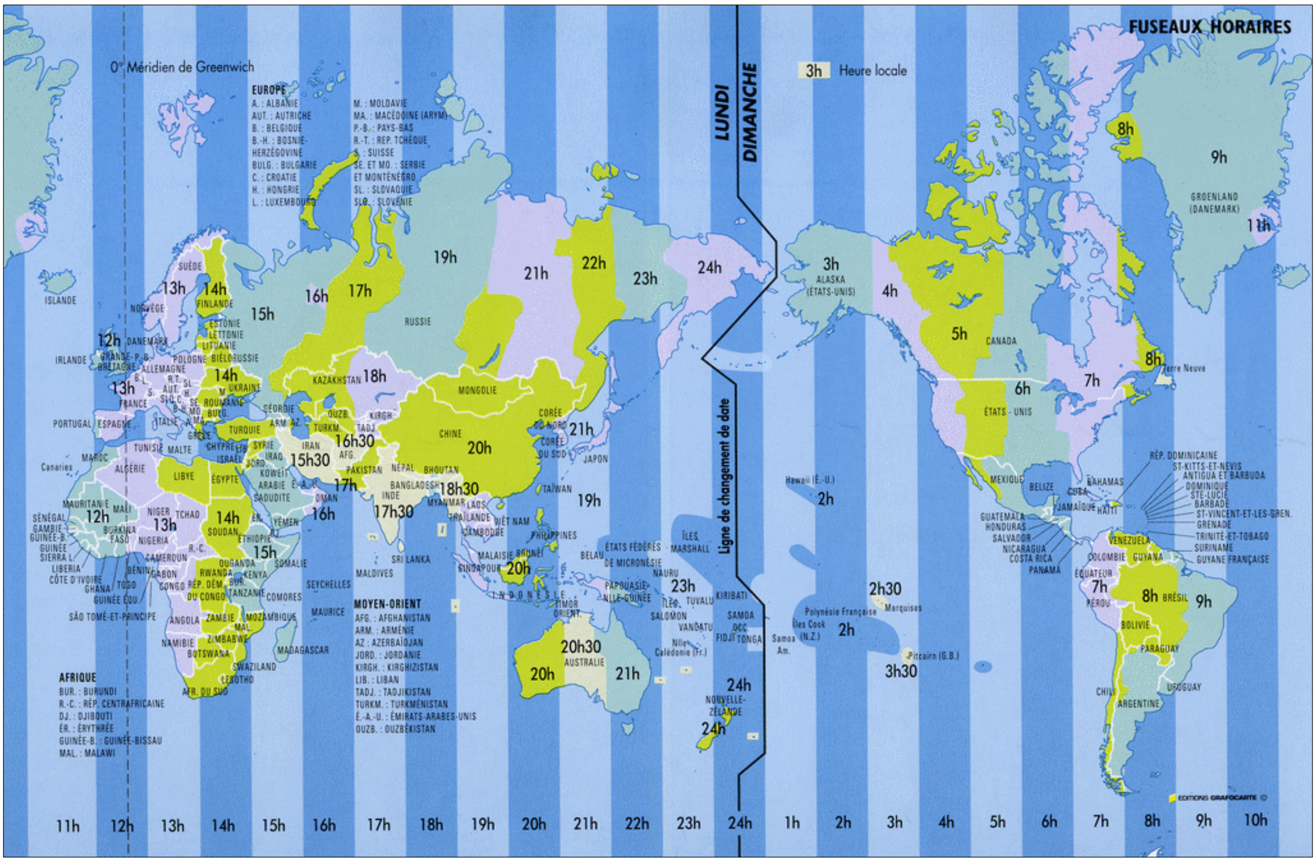


On rappelle ce que représente la *latitude* λ d'un lieu terrestre sur le schéma ci-contre représentant la Terre. La latitude λ d'un lieu géographique représente la distance angulaire Nord – Sud (en degrés) de ce lieu prise par rapport à l'équateur.
De la même manière, on peut se repérer dans la direction Ouest – Est sur Terre avec la *longitude* L, l'origine étant prise au niveau du *méridien* de Greenwich.

Sur les globes terrestres dont nous disposons, nous pouvons observer la présence de *méridiens*. Ces méridiens sont au nombre de 36 répartis tous les 10° autour du globe terrestre (sur ses 360°).

I.2. Quelles sont les caractéristiques de l'heure sur un méridien ?

Observons la carte suivante représentant la *répartition des fuseaux horaires* sur Terre :



On observe sur cette carte que ces fuseaux horaires sont répartis *régulièrement* suivant des *méridiens*.

Ceci s'explique du fait de deux caractéristiques astronomiques concernant la Terre et le Soleil :

- La Terre tourne sur elle-même de manière périodique avec une vitesse angulaire ω constante.
- La lumière du Soleil rencontre tous les points d'un même méridien au même instant.

Conséquence : Tous les points d'un même méridien devront être repérés par la même *heure solaire* sur le cadran. C'est une contrainte fondamentale du système étudié.

Remarque : Pour simuler l'avancement du temps d'heure en heure sur un lieu géographique avec le globe terrestre, nous le ferons tourner d'Ouest en Est d'un angle de 360° / 24 = 15°, soit d'un méridien et demi.

II. Le gnomon, le premier des cadrans solaires

Les cadrans solaires sont constitués de deux parties principales :

- *Le plan ou table* : c'est là où sont tracées les lignes horaires permettant de se repérer dans le temps.
- *Le style* : c'est la partie proéminente du cadran qui projette son ombre sur la table.

Le *gnomon* est le plus simple des cadrans solaires. C'est aussi le premier cadran qui peut nous venir à l'esprit de construire puisque sa fabrication est relativement simple.
Comme nous l'avons vu auparavant, il est constitué d'un simple style planté verticalement dans le sol. Ce style projette ainsi son ombre suivant la position du Soleil dans la journée et au fil de l'année.

Est-ce facile de se repérer dans le temps avec un style vertical ?

Nous proposons ici une expérience permettant d'étudier le comportement du *gnomon* à divers endroits du globe présents sur un même méridien. On choisit d'étudier son comportement sur le méridien de Greenwich aux latitudes suivantes : 30° N, 45° N (France), 60° N et 90° N (c'est-à-dire au Pôle Nord).

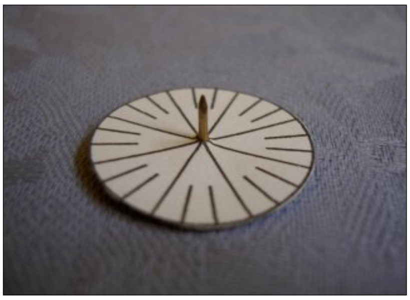
Nous nous orientons par rapport au Soleil (représenté ici par une lampe de bureau) de manière à se retrouver à midi le jour du *solstice d'été* (le 21 Juin) afin de bénéficier d'un maximum d'ensoleillement et avoir ainsi des ombres plus marquées. On simule ensuite l'avancement du temps en faisant tourner le globe terrestre sur lui-même d'heure en heure, soit de 15° en 15°. On rappelle que la Terre tourne d'*Ouest en Est*.

II.1. Etude expérimentale

Notre système horaire étant basé sur 24 h, nous décidons de fabriquer des petits cadrans en carton dont le style sera vertical, conformément au principe du gnomon, et dont le plan sera découpé en 24 lignes horaires réparties régulièrement tous les 15°.

$\frac{360}{24}$ = 15° : Les lignes horaires sont donc réparties tous les 15°

La photo ci-contre représente ce à quoi ressemblent les cadrans réalisés.



Description de la manipulation effectuée (que l'on peut observer sur la photo ci-dessous) :

Le globe terrestre a été disposé incliné face à la source lumineuse représentant le Soleil de manière à se retrouver le jour du solstice d'été à midi solaire. Nous disposons les « petits cadrans » aux quatre latitudes étudiées de manière à ce qu'ils nous indiquent tous l'heure « midi solaire ». A ce stade, il y a une harmonie des heures sur les quatre cadrans qui se situent tous sur un même méridien.
Puis nous simulons l'avancement du temps en faisant tourner le globe terrestre d'heure en heure.

II.2. Analyse des résultats

Après avoir simulé l'avancement du temps de quelques heures sur le globe terrestre, les résultats sont édifiants, il n'y a *plus aucune harmonie des heures* ! Aucun des cadrans n'indique la même heure alors qu'ils sont tous situés sur un même méridien…

Que faut-il conclure de tout cela ? Il semble difficile de se repérer dans le temps avec un simple « bâton » planté verticalement à même le sol. Le *gnomon* n'est donc pas un cadran solaire aussi simple qu'il y paraisse au premier abord.

Cependant, l'observation des cadrans semble montrer que l'un d'entre eux indiquerait une heure représentative de la manière dont a été tourné le globe terrestre, il s'agit du cadran situé au Pôle Nord. Quand le globe tourne d'une heure, celui-ci indique bien 1 h, et ainsi de suite…

Nous choisissons donc de tenter une nouvelle expérimentation :

Puisque le seul cadran qui donne une heure satisfaisante est celui situé au Pôle Nord, nous allons fabriquer trois nouveaux « petits cadrans » ayant les caractéristiques de ce dernier, à savoir :

- *La table : comme pour le cadran situé au Pôle Nord, elle doit être parallèle au plan de l'équateur.*
- *Le style : comme pour le cadran situé au Pôle Nord, il doit être parallèle à l'axe de rotation de la Terre.*

Un tel cadran ayant sa table parallèle au plan de l'équateur est appelé cadran solaire équatorial.

III. Le cadran solaire équatorial

Nous allons ici réaliser une nouvelle expérience permettant de valider notre hypothèse faite précédemment. Afin de disposer les différents cadrans à la surface du globe terrestre avec la même orientation que celui situé au Pôle Nord, il nous faut réaliser des pliages afin que ceux-ci compensent la « pente » que présentent les globes terrestres pour chacune des latitudes λ étudiées.

Les figures ci-dessous illustrent le type de pliage à effectuer :

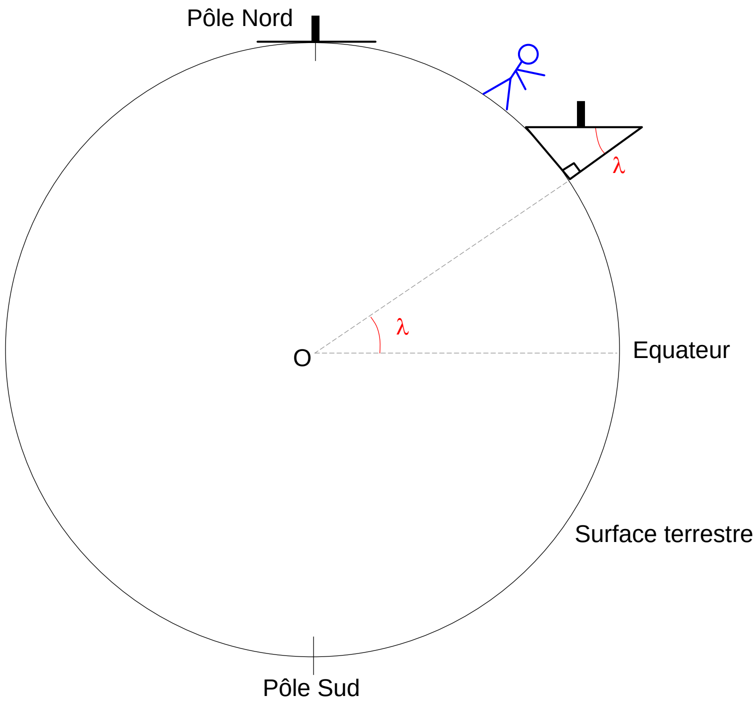
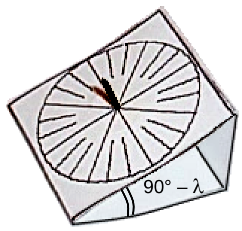


Figure de gauche :

Un cadran solaire situé à une latitude quelconque λ doit compenser la « pente » du globe terrestre ; nous devons donc fabriquer un cadran en forme de prisme afin que sa table et son style répondent à la définition du cadran solaire équatorial.

Figure de dessous :

Ci-dessous une photo de l'un des « petits cadrans » réalisés qui sera apposé sur le globe terrestre afin d'étudier leur comportement pour nous repérer dans le temps.



Nous réalisons donc trois cadrans de ce type aux trois latitudes étudiées : 30° N, 45° N (France), et 60° N. On rappelle que le cadran situé au Pôle Nord (λ = 90° N) est déjà bien orienté.

III.1. Etude expérimentale

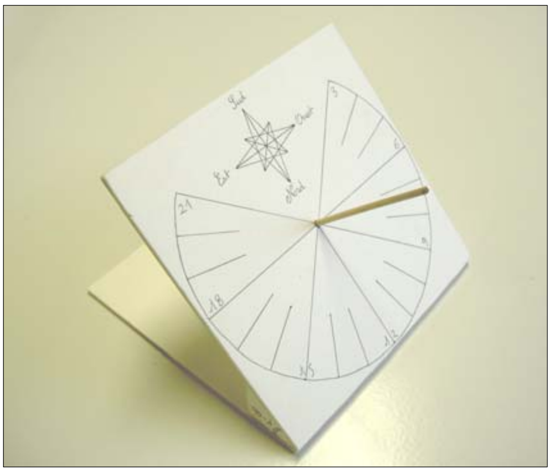
Nous réalisons la même expérience que pour l'étude du *gnomon* mais avec nos nouveaux cadrans solaires de type équatoriaux. La photo ci-dessous retrace des résultats de la manipulation :

III.2. Analyse des résultats

Après avoir simulé l'avancement du temps de quelques heures sur le globe terrestre, les résultats sont cette fois-ci très intéressants, il y a enfin une <u>*harmonie des heures*</u> ! Tous les cadrans solaires présents sur un même méridien indiquent cette fois-ci la même heure quelque soit leur latitude.

<u>*Conclusion*</u> : Il est donc possible de se repérer simplement dans le temps avec un *cadran solaire équatorial* !

Maquette réalisée d'un cadran solaire équatorial à notre latitude :



2 Comment se repérer dans le temps avec un cadran solaire ?

Un cadran solaire est un instrument nous permettant de nous repérer dans le temps comme le font aujourd'hui nos montres ou nos horloges.

Cependant quelques interrogations se posent à nous quant à l'utilisation de ces cadrans. En effet, tous les cadrans solaires nous indiquent *l'heure solaire* locale du lieu du dit cadran alors que dans notre vie de tous les jours nous travaillons avec *l'heure légale* qui, elle, est propre au choix du pays.
L'objectif ici est de comprendre comment retrouver l'heure légale indiquée par notre montre à partir d'une simple lecture de l'heure solaire obtenue sur un cadran.

I. Heure légale et heure solaire

Comme nous l'avons dit, un cadran solaire nous donne *l'heure solaire* locale. Par exemple, le cadran indique *midi solaire* lorsque le Soleil passe dans le plan formé par le méridien contenant le lieu d'installation du cadran. Suivant que l'on habite à Brest ou à Strasbourg, il ne sera donc pas midi solaire en même temps alors qu'il sera bien midi légal à la montre au même instant.

Pour passer de l'heure solaire à l'heure légale, c'est-à-dire à l'heure indiquée sur notre montre, il faut donc ajouter des termes correctifs à l'heure lue sur le cadran. Il vient alors la relation :

Heure (légale) = Heure (cadran) + *termes correctifs*

Les paragraphes suivants se proposent d'étudier ces termes correctifs à prendre en compte.

I.1. Le décalage « heure d'été – heure d'hiver » : ΔH

Comme chaque année depuis 1975 en France, nous devons procéder à un changement d'heure ayant pour but d'effectuer des économies d'énergie. L'idée de ce changement d'heure n'est pas nouvelle puisqu'elle a été soulevée pour la première fois en 1784 par Benjamin Franklin (le père du paratonnerre). Benjamin Franklin avait déjà évoqué les économies substantielles d'énergie qui pouvaient être faites par un simple décalage de l'heure entre les périodes hivernales et estivales (l'économie générée actuellement en France est de l'ordre de 1 TW.h par année ($T \equiv$ Téra $\equiv 10^{12}$), lire 1 Térawatt.heure).

Pour le passage en heure d'hiver pour l'année 2007, celui-ci s'est effectué le Dimanche 28 octobre 2007, ce qui veux dire que par exemple à 2 h du matin il était 1 h donc les pendules ont du être reculées d'une heure.

En France, par rapport à l'heure solaire, notre décalage « heure d'été – hiver » s'estime de la façon suivante :

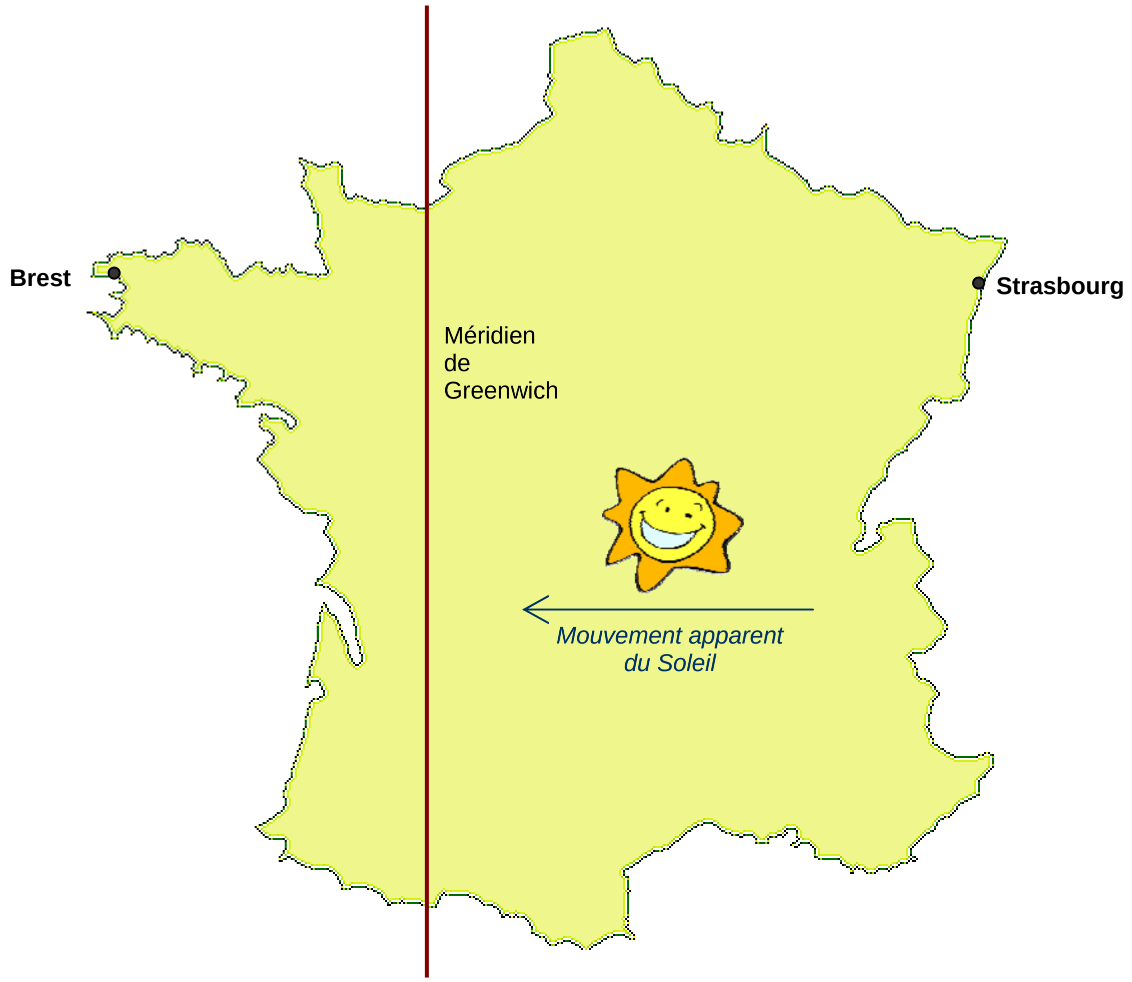
- $\Delta H = +1$ h : en hiver, nous avons une heure d'avance sur le Soleil.
- $\Delta H = +2$ h : en été, nous avons deux heures d'avance sur le Soleil.

Ces décalages nous expliquent certaines idées reçues de la vie quotidienne. On peut justifier par exemple pourquoi l'on entend souvent qu'il faut se protéger car le soleil est « *fort* » vers 14 h en été. C'est tout simplement que 14 h correspond à l'heure de la journée où l'ensoleillement est maximal car on se rapproche de l'heure du midi solaire.

I.2. Le décalage lié à la longitude : ΔL

Comme nous l'avons cité auparavant, midi solaire ne peux pas intervenir au même instant à Brest ou encore à Strasbourg, ces deux villes étant situées à des longitudes L bien différentes sur le globe terrestre.

La carte ci-dessous illustre la situation :



Sur cette carte est représenté le mouvement apparent du Soleil pour un observateur terrestre.

On peut donc comprendre aisément que le Soleil passera en premier au dessus de Strasbourg traduisant ainsi midi à l'heure solaire… puis bien après sur Brest !

Deux cadrans solaires situés dans ces deux villes ne pourront donc pas indiquer la même heure solaire, c'est tout bonnement impossible.

Concernant l'heure légale, celle de notre montre, comment faire pour se référer à une heure solaire qui n'est pas la même d'Ouest en Est dans notre pays ?
Les autorités compétentes ont donc choisi de prendre comme référence un méridien particulier, celui qui nous permettait déjà de nous repérer de manière Ouest – Est, à savoir le *méridien de Greenwich*.

Cela signifie donc que pour un observateur présent dans une ville situé à l'Est du méridien de Greenwich, celui-ci ressentira le midi solaire en avance par rapport à un autre observateur situé au niveau de ce dit méridien.
Il est possible d'évaluer cette avance sachant que la Terre prend 24 h pour effectuer un tour sur elle-même et se retrouver dans la même position par rapport au Soleil. Pour tourner de 1°, il lui faut donc :

$$\frac{24\text{ h}}{360°} = \frac{1440\text{ min}}{360°} = 4\text{ min (La terre tourne donc de 1° en 4 min)}$$

Prenons l'exemple de Tonnerre, situé à une longitude L $\approx$ 4,0° E :

Il sera donc midi solaire à Tonnerre avec (4,0° $\times$ 4 min) 16 min d'avance par rapport à toute ville située au niveau du méridien de Greenwich.

Remarque : Pour des villes situées à l'Ouest de ce méridien, midi solaire arrivera donc « en retard » bien sûr.

En conclusion, on peut définir le décalage lié à la longitude L entre l'heure solaire et légale par la relation :

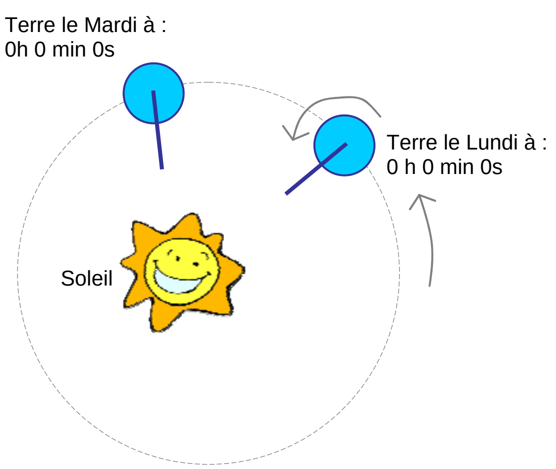
- $\Delta L = -\,4\text{ min} \times L$: pour toute ville située à l'Est du méridien de Greenwich.
- $\Delta L = +\,4\text{ min} \times L$: pour toute ville située à l'Ouest du méridien de Greenwich.

I.3. L'équation du temps : E.T.

Avant de décrire *l'équation du temps*, il est important de bien comprendre des termes de vocabulaires liés à notre système de découpage du temps et ainsi comprendre les différents types de « *jours* » auxquels nous sommes confrontés sur notre planète.

Nous allons donc redéfinir ensemble quelques notions de base d'astronomie concernant les mouvements célestes de la Terre autour de notre étoile : le Soleil.

Les schémas suivants illustrent deux définitions du jour :

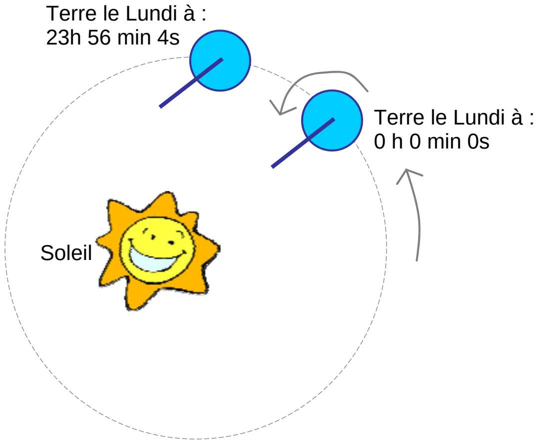


Le schéma ci-contre représente la Terre dans son orbite autour de notre astre attracteur : le Soleil. Un trait est représenté sur la planète Terre afin de visualiser son orientation à chaque instant.

On définit *le jour solaire moyen* comme la durée que prend la Terre pour effectuer un tour complet sur elle-même et se retrouver dans la même position par rapport au Soleil.

On parle de jour solaire *moyen* car ce temps varie dans l'année du fait que le Soleil ne se situe pas au centre de la trajectoire elliptique de la Terre mais à l'un de ses foyers.

On définit que le *jour solaire moyen* vaut : 24 h



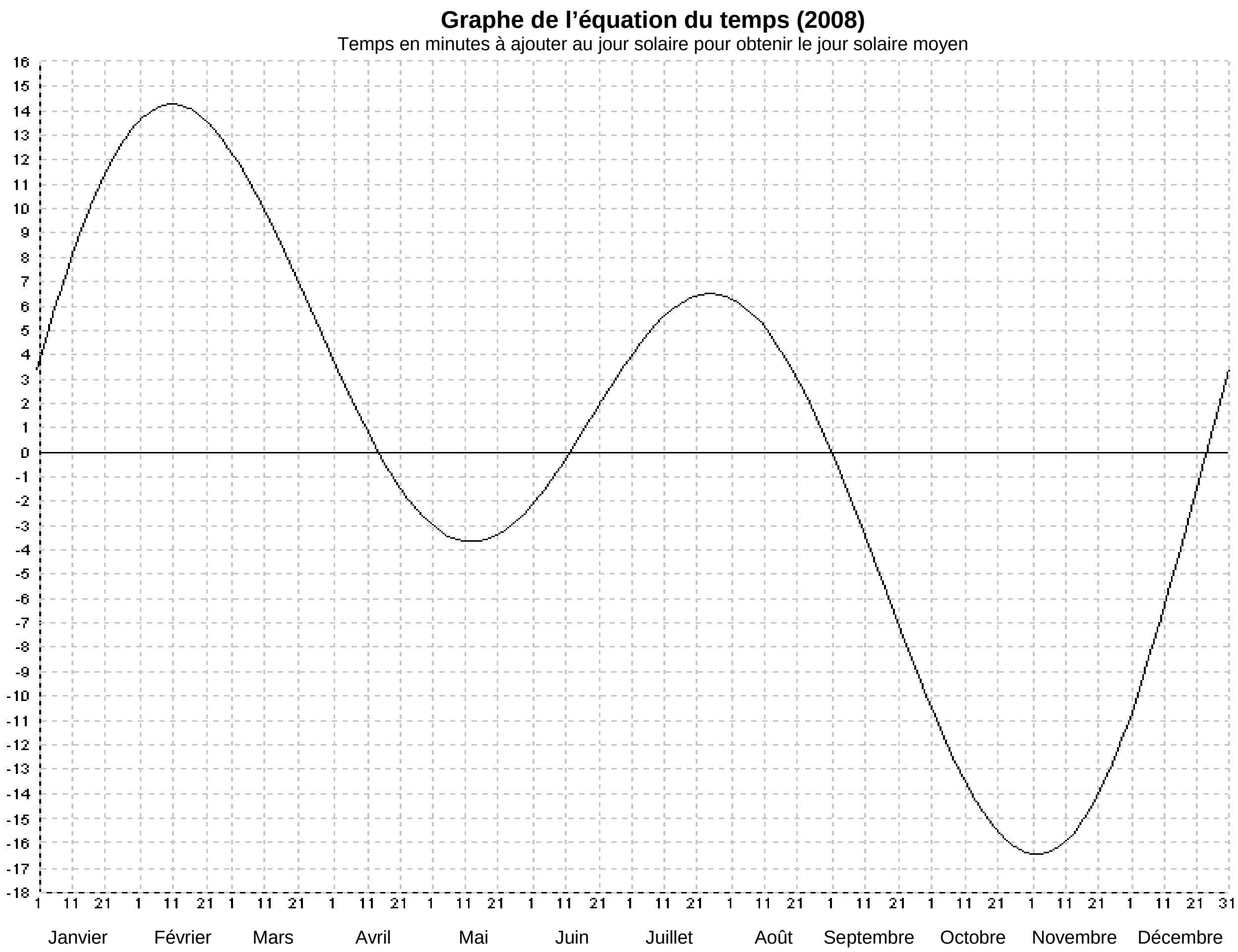
Sur le schéma ci-contre, on a représenté la Terre ayant tourné d'un tour complet. Cependant cette fois-ci, ce n'est pas un tour complet pour se retrouver dans la même position par rapport au Soleil mais par rapport aux étoiles qui peuvent être considérées comme fixes dans l'Univers sur la faible durée d'un tour.

Cette durée particulière porte le nom de *jour sidéral*. Dans le système horaire que nous venons de définir lors du précédent schéma, la durée du *jour sidéral* est de 23 h 56 min 4 s.

Revenons à notre équation du temps. Que représente-t-elle ?
Nous avons évoqué que la Terre ne prenait pas toujours 24 h pour se retrouver dans la même position par rapport au Soleil. En effet, le jour solaire varie dans l'année du à la trajectoire elliptique de la Terre autour du Soleil et c'est le jour solaire moyen qui a une durée de 24 h.

L'équation du temps est donc une équation nous permettant de connaître avec précision la durée réelle du jour solaire chaque jour de l'année. Pour cela, sa représentation graphique ci-dessous nous informe des minutes à rajouter ou à retrancher aux 24 h pour connaître la durée réelle du jour solaire.

Représentation graphique de l'équation du temps :



II. Comment connaître l'heure légale avec un cadran solaire ?

Dans le paragraphe précédent, nous avons mis en évidence les différents termes correctifs à ajouter à l'heure lue sur le cadran afin de retrouver l'heure légale lue sur notre montre.

Il est possible de résumer cela avec l'équation suivante :

$$\boxed{\text{Heure (légale)} = \text{Heure (cadran)} + \Delta H + \Delta L + \text{E.T.}}$$

Avec :

- ΔH : décalage heure d'été – heure d'hiver.
- ΔL : décalage horaire lié à l'écart en longitude par rapport au méridien de Greenwich.
- E.T. : écart au jour solaire moyen lu sur l'équation du temps.

<u>Illustrons cette équation à partir d'un exemple</u> :

« Lundi 15 Octobre 2007, Tonnerre (Longitude L ≈ 4,0° E) 10 h 10 min à la montre, on lit l'heure sur notre maquette de cadran solaire équatorial construit précédemment : 8 h 40 min »

Nous avons donc :

- Heure (cadran) = 8 h 40 min
- ΔH = + 2 h (nous étions encore en heure d'été, soit un décalage de 2 h par rapport au Soleil)
- ΔL = – 4 min × 4,0 = – 16 min
- E.T. = – 14 min (lu directement sur le graphe de l'équation du temps)

Il vient alors :

$$\begin{aligned}\text{Heure (légale)} &= 8\text{ h }40\text{ min} + 2\text{ h} - 16\text{ min} - 14\text{ min}\\ &= 10\text{ h }10\text{ min}\end{aligned}$$

On retrouve bien l'heure qui était indiquée par notre montre au moment de la mesure !

3 Position géographique de la ville de Tonnerre

Notre objectif ici est de connaître avec le maximum de précision possible les caractéristiques géographiques du lieu d'implantation de notre futur cadran solaire.

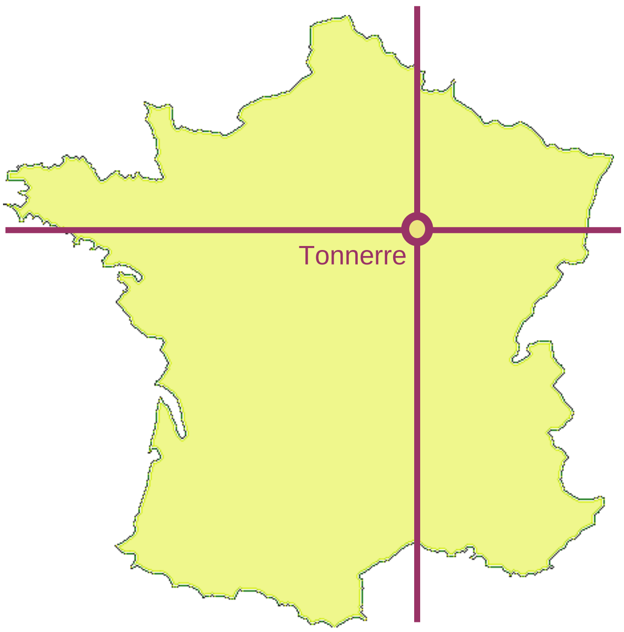
Nous nous proposons de répondre aux questions suivantes :

- Quelles sont la *latitude* λ et la *longitude* L de la ville de Tonnerre ?
- Quelle est la *déclinaison gnomonique* D du mur qui servira de support au futur cadran ?

I. Repérage en latitude et longitude

On rappelle que pour repérer un lieu géographique sur le globe terrestre, on lui affecte une coordonnée Nord – Sud appelée latitude et notée λ ainsi qu'une coordonnée Ouest – Est appelée longitude et notée L.

La carte suivante nous présente la localisation de Tonnerre en France :



Des lectures sur des cartes de l'Institut Géographique National (I.G.N.) nous ont permis de déterminer avec précision notre emplacement géographique :

Latitude :

$$\lambda \approx 48° \text{ Nord}$$

Longitude :

$$L \approx 4{,}0° \text{ Est}$$

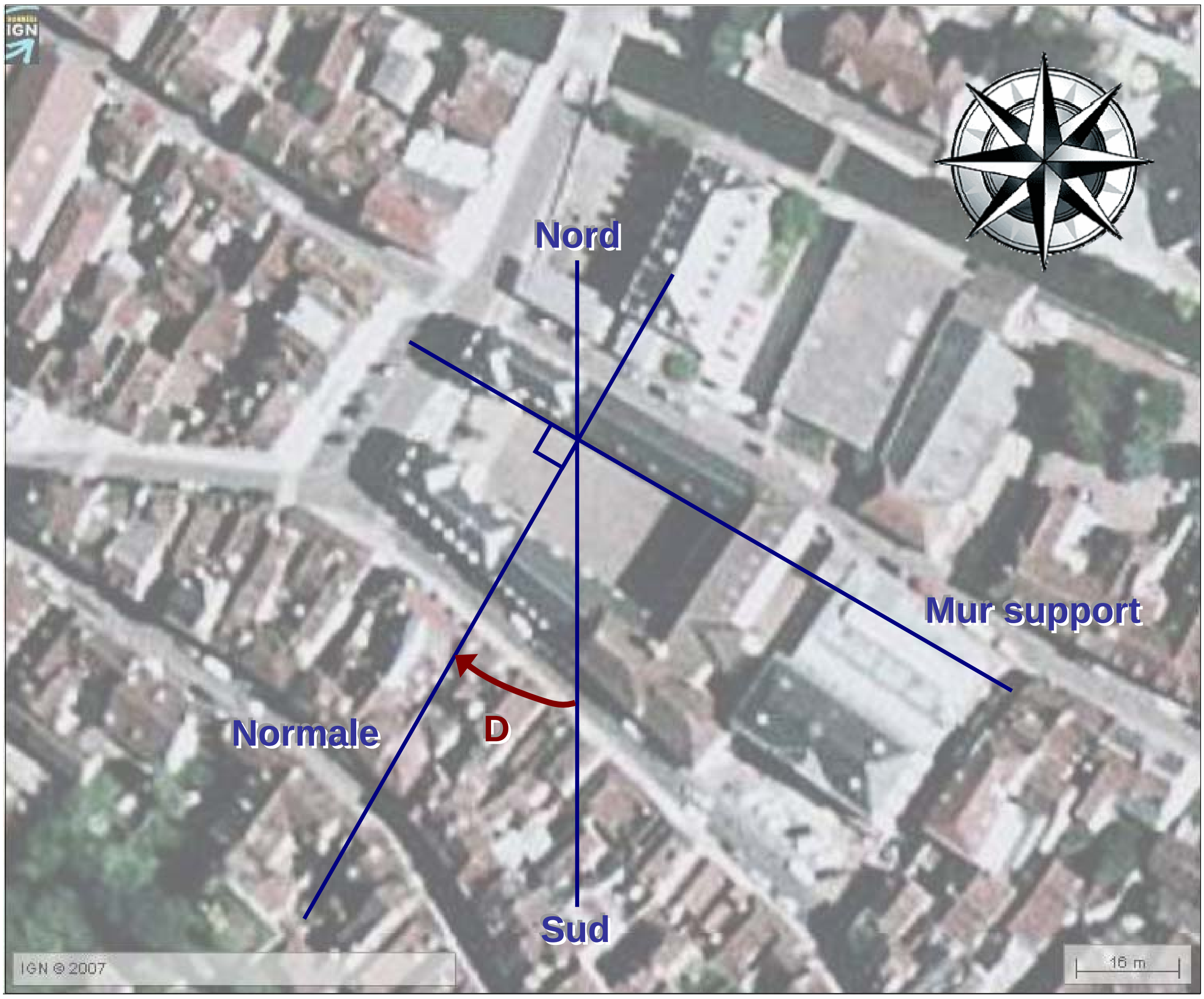
Ces données nous seront utiles par la suite pour la conception de notre cadran solaire.

II. Déclinaison gnomonique du mur choisi

Lors de la conception d'un cadran solaire mural, l'orientation du mur choisi pour son implantation joue un rôle fondamental. Il est donc nécessaire de connaître avec le maximum de précision possible cette orientation.

Dans notre cas, nous désirons implanter notre cadran sur l'aile Nord du Lycée sur un mur orienté Sud-Ouest. Il nous faut donc connaître la déclinaison de ce mur par rapport à un mur qui serait orienté plein Sud. On réalise donc les mesures suivantes.

Source : Institut Géographique National I.G.N. (Photo aérienne 2007)



Définition : La *déclinaison gnomonique* D d'un mur représente l'angle orienté entre la direction Nord – Sud et la normale au mur support du cadran solaire. Cet angle intervient lorsqu'on conçoit un cadran solaire vertical déclinant. En France, la déclinaison D d'un mur au Sud est de 0°, celle d'un mur à l'Est est de – 90°, celle d'un mur à l'Ouest est + 90° et celle d'un mur au Nord est 180°.

Mesures : Au rapporteur, on relève : *(On prend en compte l'angle orienté)*

$$D \approx 30° \text{ Ouest} \approx -30°$$

4 Détermination des lignes horaires d'un cadran méridional

Lors de notre premier chapitre, nous avons étudié comment concevoir le plus simple des cadrans solaires, à savoir le cadran solaire équatorial. Cependant, un rapide regard autour de soi nous permet de nous rendre compte que la plupart des cadrans solaires que l'on peut rencontrer sont des cadrans solaires muraux.

L'objectif ici est de comprendre le mode de fabrication d'un cadran solaire mural. Nous nous intéresserons ici au cadran solaire de type vertical plein Sud aussi appelé *cadran méridional*. Un tel cadran est situé sur un mur faisant face au Sud géographique terrestre.

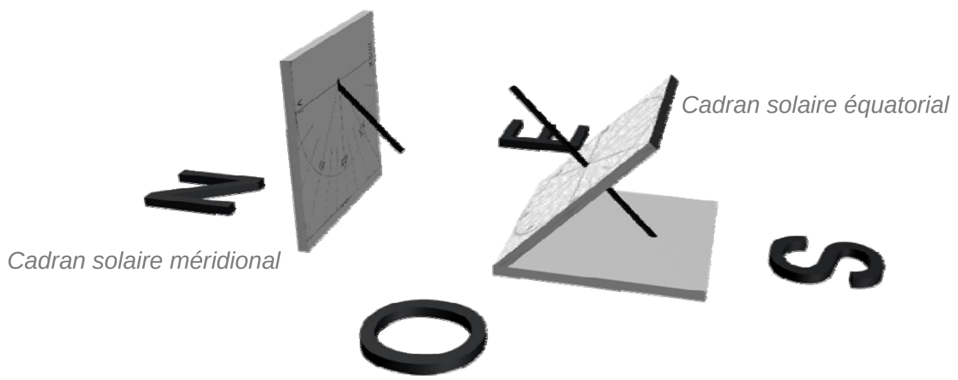
Dans cette étude, nous poserons les grandeurs suivantes :

- θ : angle d'une ligne horaire d'un cadran solaire de type équatorial
- θ' : angle de cette même ligne horaire d'un cadran solaire méridional

I. Du cadran équatorial au cadran méridional

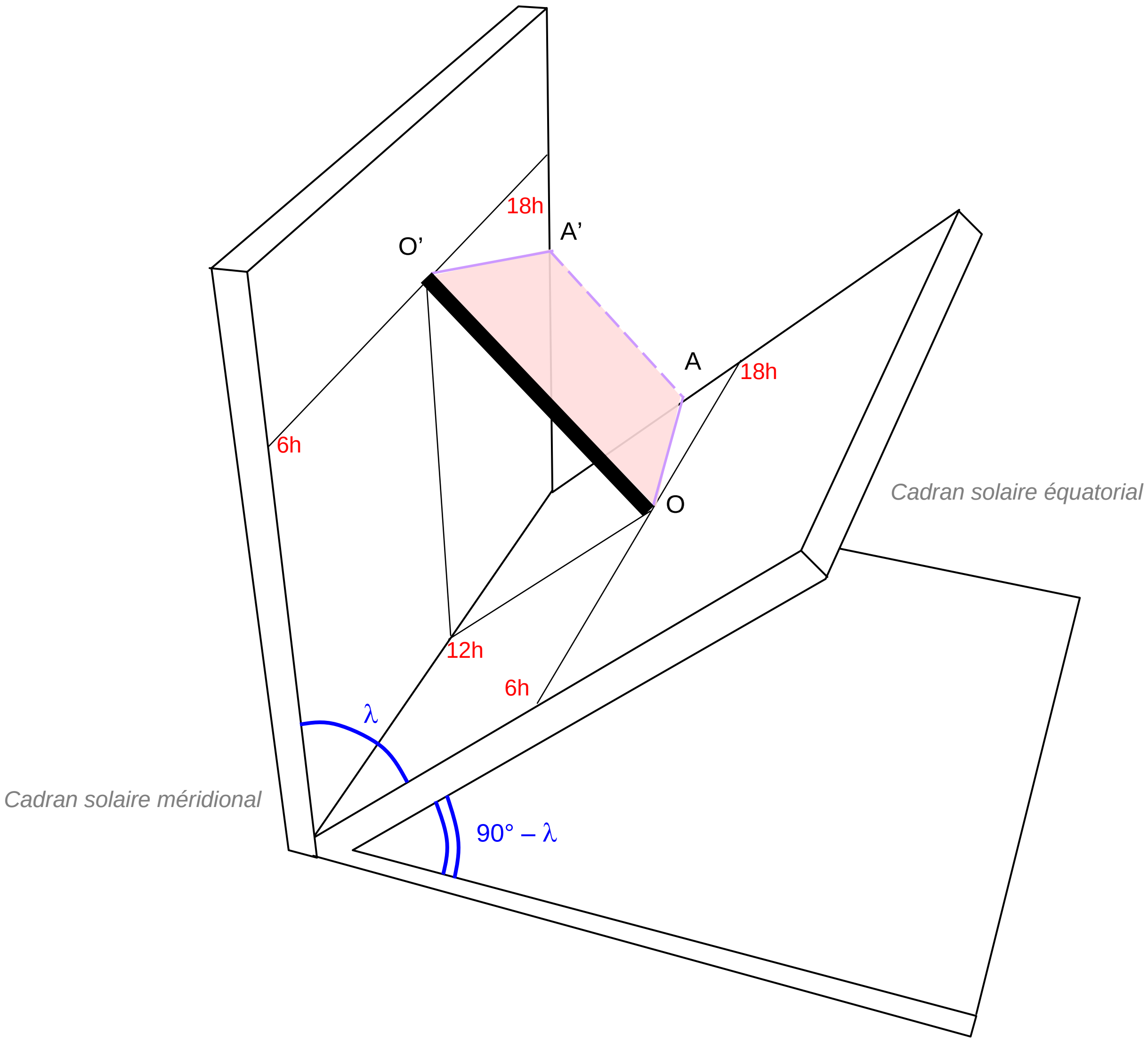
Afin de comprendre comment construire un cadran vertical plein Sud à partir d'un cadran solaire de type équatorial, nous allons tenter ici de trouver une construction géométrique permettant de passer de l'un à l'autre.

Le schéma ci-dessous nous rappelle les orientations de tels cadrans dans l'espace :



L'une des premières observations que l'on peut réaliser est liée à l'orientation du style. On observe que sur les deux cadrans, le style possède la même orientation, toujours parallèle à l'axe Nord – Sud de la Terre.

Imaginons que l'on approche le cadran solaire équatorial du cadran solaire plein Sud de manière à leur faire confondre leurs styles. Le schéma ci-dessous présente cette situation :

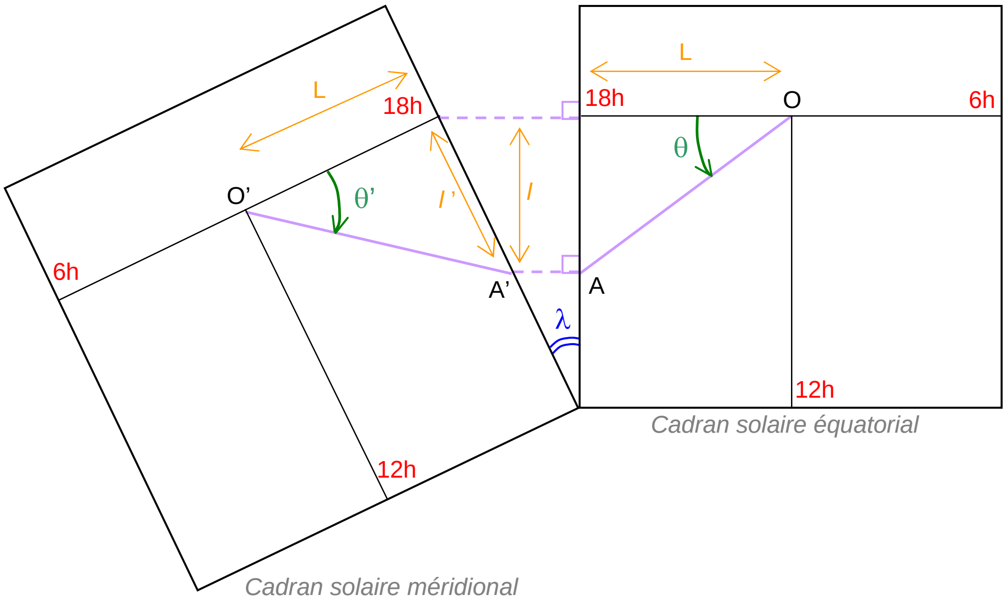


__Considérations géométriques__ :

- O représente le point d'ancrage du style sur le cadran équatorial.
- O' représente le point d'ancrage du style sur le cadran plein Sud.
- On rappelle que le style est orthogonal à la table du cadran solaire équatorial.
- La droite (OA) représente une ligne horaire sur le cadran équatorial qui est représentée concrètement par l'ombre portée du style.
- La droite (OA') représente la même ligne horaire sur le cadran vertical plein Sud. Cette droite est telle qu'elle appartient au plan formé par l'ombre du style, soit au plan formé par les droites (OO') et (OA) représenté en rose sur le schéma.
- Il est bon de remarquer sur ce schéma que l'on a la propriété géométrique suivante : (OO') // (AA')
- Cela signifie donc que la droite (AA') est également orthogonale à la table du cadran solaire équatorial.

Les lignes horaires sur le cadran méridional sont donc obtenues par projection selon la direction du style dont l'orientation est par définition parallèle à l'axe Nord–Sud de rotation de la Terre.

Réalisons, à partir de la représentation tridimensionnelle précédente du problème posé, une mise à plat sur laquelle figureront les lignes géométriques et les points précédemment évoqués :



Sur ce schéma, nous avons placé les longueurs L, *l* et *l '* qui vont nous servir pour notre raisonnement.
On retrouve également les angles θ et θ' caractérisant une même ligne horaire sur les deux cadrans étudiés.

II. Détermination analytique des lignes horaires

Pour déterminer analytiquement les lignes horaires de notre cadran vertical plein Sud à partir du cadran équatorial, nous allons nous appuyer sur le schéma tracé précédemment (on travaille en *angles orientés*).

D'après ce schéma, il vient :

$$\tan\theta = \frac{l}{L} \qquad \tan\theta' = -\frac{l'}{L}$$

On en déduit :

$$\frac{\tan\theta}{\tan\theta'} = -\frac{l}{l'} \qquad \text{avec : } \cos\lambda = \frac{l}{l'}$$

$$\frac{\tan\theta}{\tan\theta'} = -\cos\lambda$$

Il vient alors :

$$\boxed{\tan\theta' = -\frac{\tan\theta}{\cos\lambda}}$$

Nous avons donc une équation nous permettant maintenant d'avoir accès maintenant au tracé angulaire de toutes les lignes horaires de notre cadran méridional connaissant celles de notre cadran équatorial.

III. Calcul des lignes horaires pour notre cadran solaire

Pour déterminer les angles θ' des lignes horaires du cadran méridional, il nous faut connaître les angles θ des mêmes lignes horaires du cadran solaire équatorial.

Or, nous avons montré précédemment que le cadran équatorial a pour caractéristique d'avoir des lignes horaires réparties régulièrement tous les 15° (360° / 24 = 15°).
On choisit donc de prendre comme ligne de référence des angles, la ligne horaire 18 h. Dans le cadran solaire équatorial, on comptera positivement les angles θ traduisant les lignes horaires présentes dans le sens trigonométriques (de 15° en 15°) et négativement les autres angles.

Une étude informatisée à l'aide d'un tableur (celui utilisé ici est Excel) nous permet de déterminer avec quels angles θ' nous tracerons nos lignes horaires.

	Cadran équatorial θ (°)	Cadran Méridional θ' (°)
20h	-30	41
19h	-15	22
18h	0	0
17h	15	-22
16h	30	-41
15h	45	-56
14h	60	-69
13h	75	-80
12h	90	-90
11h	105	-100
10h	120	-111
9h	135	-124
8h	150	-139

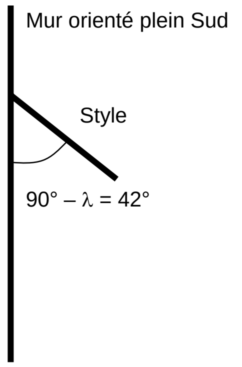
Rappels : La latitude du lieu d'implantation de notre cadran solaire est $\lambda = 48°$.

IV. Quelle orientation pour le style ?

Un dernier détail pour parfaire la fabrication de notre cadran vertical plein Sud (ou cadran méridional) est l'orientation de son style.

Comme nous avons pu le mettre en évidence sur les schémas précédents, le style conserve la même orientation que pour le cadran solaire équatorial.

Le schéma ci-contre nous montre un mur orienté plein Sud vu de côté. Nous pouvons lire que pour un tel cadran mural, à notre latitude de 48° (pour la ville de Tonnerre), le style devra donc être incliné avec un angle de 42°.



Maquette réalisée d'un cadran solaire méridional à notre latitude :

5 Détermination des lignes horaires d'un cadran solaire vertical déclinant

L'objectif de ce chapitre est de mettre en équation les *lignes horaires* d'un cadran solaire vertical présentant une déclinaison gnomonique quelconque d'un angle D par rapport à l'orientation plein Sud.
Cette étude est réalisée dans le but de déterminer avec la plus grande précision possible, au travers d'un traitement informatisé des données, avec quels angles nous tracerons nos lignes horaires lors de l'élaboration de notre cadran.

Dans cette étude, nous poserons les grandeurs suivantes :

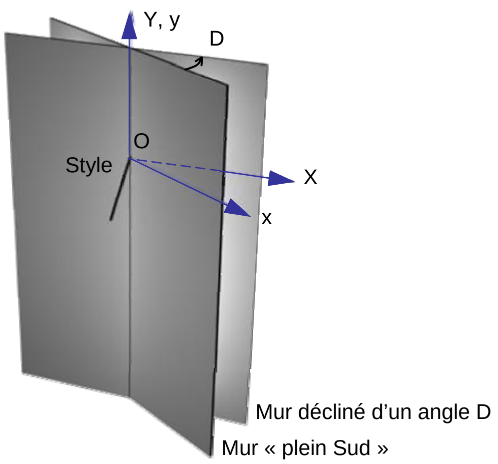
- θ : angle d'une ligne horaire d'un cadran solaire de type équatorial
- θ' : angle de cette même ligne horaire d'un cadran solaire méridional
- θ'' : angle de cette même ligne horaire d'un cadran solaire vertical déclinant

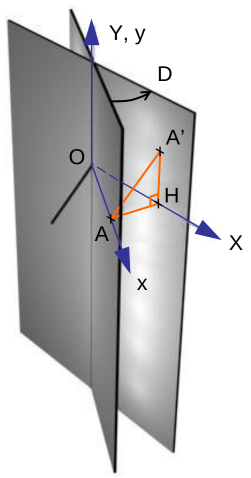
On rappelle que les lignes horaires sont obtenues par projection selon la direction du style dont l'orientation est par définition parallèle à l'axe Nord – Sud de rotation de la Terre.

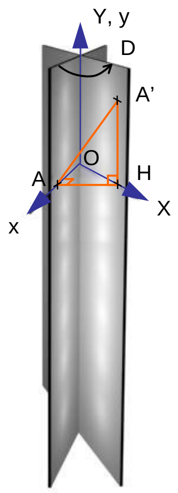
I. Du cadran méridional au cadran vertical déclinant

Nous savons, au travers de nos études précédentes, calculer les lignes horaires d'un cadran solaire méridional. Cependant comment passer d'un cadran méridional à un cadran présentant une déclinaison gnomonique ?

Pour notre raisonnement, imaginons que le mur présentant la déclinaison et le mur orienté plein Sud ont leurs styles confondus. C'est pourquoi les deux murs sont superposés sur les schémas suivants :





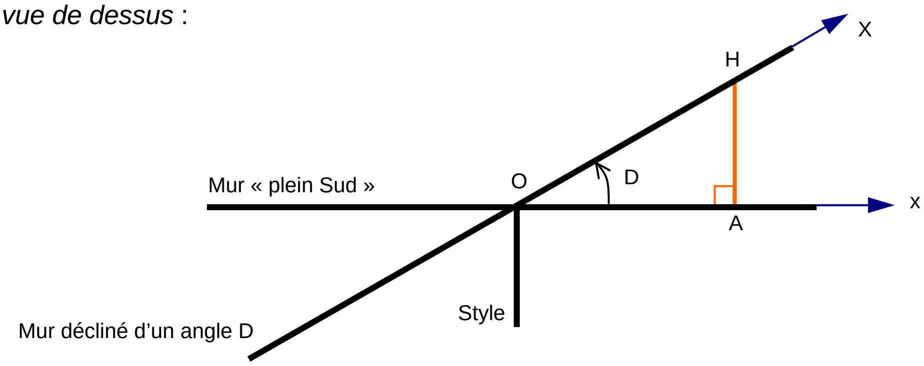


Posons un repère orthonormé R (O ; x ; y) tel que l'origine O du repère soit le point d'ancrage du style, l'axe x'Ox un axe horizontal porté par le mur vertical plein Sud et l'axe y'Oy un axe vertical. Posons un second repère propre cette fois-ci au mur déclinant R' (O ; X ; Y). Les axes y'Oy et Y'OY sont confondus.

Soit A un point du mur méridional « plein Sud » de coordonnées (x ; y).
A' représente son projeté sur le mur décliné d'un angle D dans la direction parallèle au style.
H représente le projeté de A sur le mur décliné dans une direction orthogonale au mur méridional.

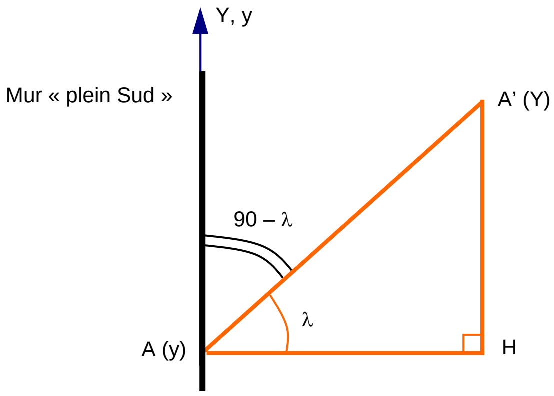
Connaissant les coordonnées (x ; y) du point A sur le mur vertical plein Sud, cherchons à déterminer les coordonnées (X ; Y) du point projeté A' sur le mur vertical présentant la déclinaison.

Schéma en vue de dessus :



Le point H et le point A' ont la même abscisse X. Sur le schéma ci-dessus, on observe que : $X = \dfrac{x}{\cos D}$

Schéma en vue de droite :



L'ordonnée Y du point A' est ici déterminée par la relation trigonométrique : $Y = y + HA' = y + HA \cdot \tan \lambda$

Or, il est possible de déterminer HA à partir du schéma en vue de dessus : $HA = x \cdot \tan D$

Il vient : $Y = y + x \cdot \tan D \cdot \tan \lambda$

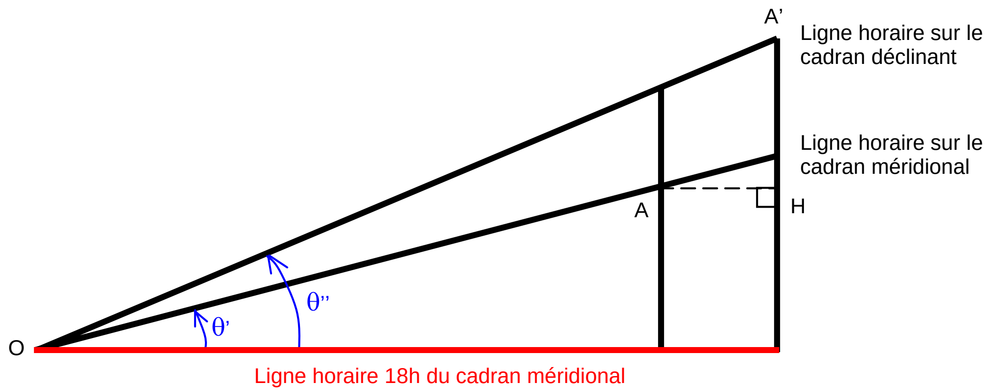
<u>*Conclusion*</u> : Pour un point A de coordonnées (x ; y) présent sur un mur méridional, son projeté A' aura les coordonnées suivantes dans le repère R' :

$$A' \left(\frac{x}{\cos D} \; ; \; y + x \cdot \tan D \cdot \tan \lambda \right)$$

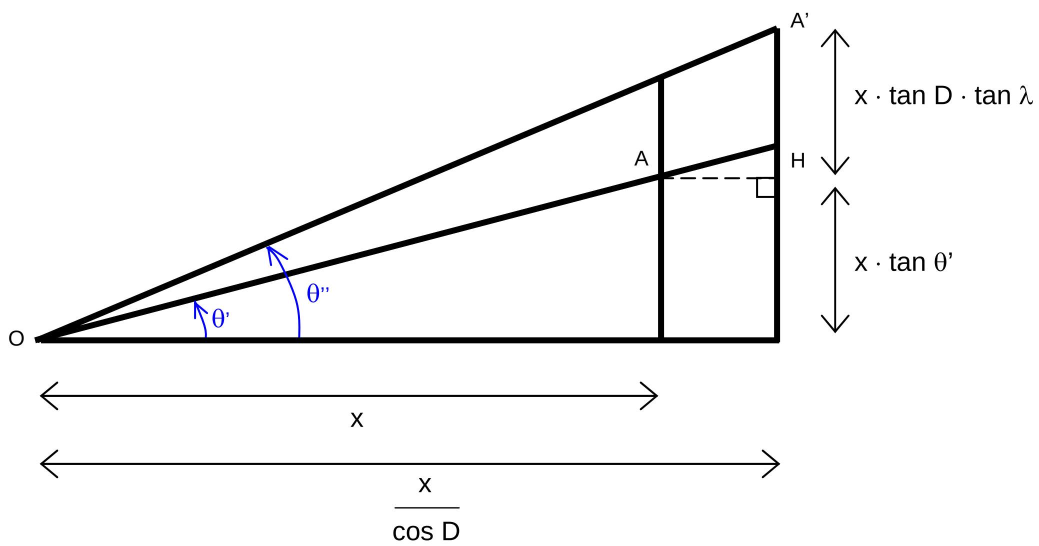
II. Détermination analytique des lignes horaires

Sur le schéma suivant, nous représentons la ligne horaire 18 h du cadran solaire méridional. Cette ligne est prise comme référence pour la mesure des angles dans notre étude.
Nous cherchons ici à établir une relation nous permettant de déterminer l'angle θ'' d'une ligne horaire sur le cadran vertical déclinant connaissant l'angle θ' de cette même ligne horaire sur le cadran méridional.

Si nous superposons sur un même schéma les deux cadrans (méridional et déclinant), en s'intéressant à une seule ligne horaire quelconque, il vient :



Sur ce schéma, nous retrouvons les points O, A, A' et H étudiés précédemment. Nous pouvons également y placer les dimensions obtenues dans notre première partie de ce raisonnement :



D'après ce schéma, il vient :

$$\tan \theta'' = \frac{x \cdot \tan \theta' + x \cdot \tan D \cdot \tan \lambda}{\dfrac{x}{\cos D}}$$

$$\tan \theta'' = \cos D \cdot [\tan \theta' + \tan D \cdot \tan \lambda]$$

Il est également possible de relier l'angle θ'' d'une ligne horaire d'un cadran déclinant à celui θ d'un cadran solaire équatorial. En effet, précédemment, nous avons établi une relation entre les lignes horaires du cadran équatorial et celles du cadran méridional.

Cadran équatorial	Cadran méridional	Cadran déclinant
θ	θ'	θ''

$$\tan \theta' = -\frac{\tan \theta}{\cos \lambda}$$

$$\tan \theta'' = \cos D \cdot [\tan \theta' + \tan D \cdot \tan \lambda]$$

Il vient alors :

$$\boxed{\tan \theta'' = \cos D \cdot \left[-\frac{\tan \theta}{\cos \lambda} + \tan D \cdot \tan \lambda \right]}$$

III. Calcul des lignes horaires pour notre cadran solaire

Une étude informatisée à l'aide d'un tableur (celui utilisé ici est Excel) nous permet de déterminer avec quels angles nous tracerons nos lignes horaires.

	Cadran équatorial θ (°)	Cadran Méridional θ' (°)	Cadran déclinant θ'' (°)
20h	-30	41	11
19h	-15	22	-12
18h	0	0	-29
17h	15	-22	-42
16h	30	-41	-52
15h	45	-56	-62
14h	60	-69	-70
13h	75	-80	-79
12h	90	-90	-90
11h	105	-100	-103
10h	120	-111	-121
9h	135	-124	-144
8h	150	-139	-169

Rappels : La latitude du lieu étudié est $\lambda = 48°$ N et la déclinaison gnomonique du mur est $D = -30°$.

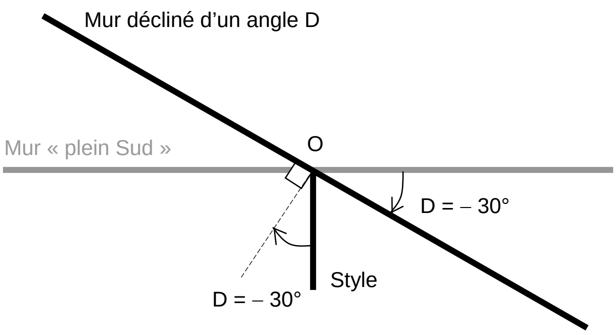
IV. Quelle orientation pour le style ?

Après cette étude, nous connaissons à ce stade différentes informations fondamentales concernant la construction de notre futur cadran solaire.

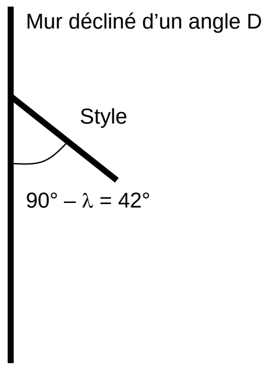
- Nous pouvons prévoir le tracé des lignes horaires du futur cadran avec une très grande précision.

- Nous pouvons également prévoir l'orientation de son style (cf. schémas ci-dessous).
  Il doit être orienté de D = – 30° par rapport à la normale au mur.
  Il doit conserver son angle de 90° – λ = 90° – 48° = 42° par rapport à la verticale du lieu.

Vue de dessus :



Vue de côté :



6

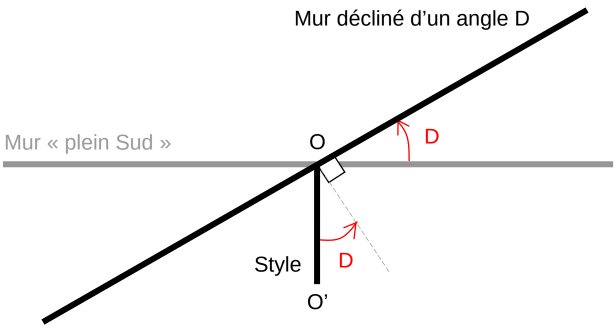
Quelle orientation pour le style de notre cadran solaire ?

Comme nous l'avons vu précédemment, le positionnement du style dans un cadran solaire est primordial. C'est son positionnement qui conditionnera le bon fonctionnement du dit cadran.
L'objectif de ce chapitre est ici de donner des méthodes précises permettant d'orienter le style sur un cadran vertical déclinant avec le maximum de précision possible. On imaginera pour notre étude que le mur vertical support du cadran solaire a une déclinaison gnomonique D.

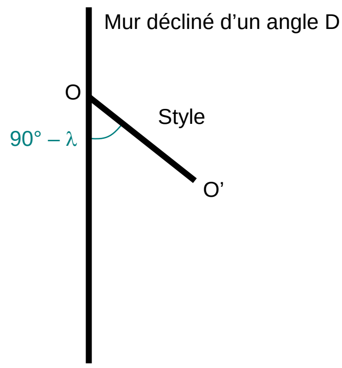
I. Position géométrique du problème

Nous nous proposons ici de représenter de manière géométrique l'implantation du style sur le cadran vertical déclinant. On rappelle l'orientation du style sur le schéma suivant dans un cas général :

Vue de dessus :



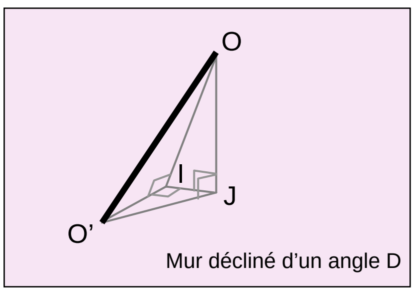
Vue de côté :



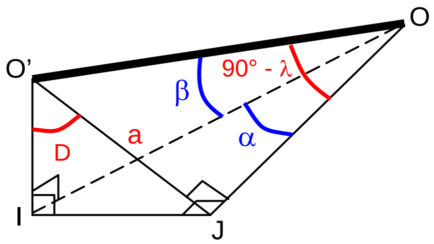
Comment placer le *style* définit par le segment [OO'] concrètement sur un cadran solaire déclinant ? On se propose de répondre à cette question en introduisant les points suivants sur le schéma ci-contre :

- I projeté orthogonal de O' sur le plan du mur (table du cadran).
- J placé de telle sorte que le triangle OJO' soit rectangle en J.

Remarque : Tous les angles droits de la figure sont représentés.



Vu sous un autre angle, la figure géométrique précédente devient :



« a » est appelé le *paramètre du style*. Il représente la distance O'J sur la figure ci-dessus et est la distance prise comme référence, elle est choisie par le *cadranier* dans notre étude.

Sur cette figure, nous décidons de ne pas travailler en angles orientés. Cela nécessitera donc de la vigilance concernant les positionnements du point J et de l'angle α pour l'implantation du style. En effet, le schéma est dessiné pour un mur présentant une *déclinaison gnomonique* D positive (direction Est). Dans le cas de notre cadran, on rappelle que cette dernière est négative (– 30° Ouest).

On rappelle également que le style est définit ici par le segment de droite [OO'].

Déterminons les expressions littérales des angles et des longueurs caractéristiques dans cette figure :

$O'J = a$

$O'I = a \cdot \cos D$

$IJ = a \cdot |\sin D|$

$OO' = \dfrac{a}{\cos \lambda}$

$OJ = a \cdot \tan \lambda$

$OI = \sqrt{IJ^2 + OJ^2} = a \cdot \sqrt{\sin^2 D + \tan^2 \lambda}$

$\tan \alpha = \dfrac{IJ}{OJ} = \dfrac{|\sin D|}{\tan \lambda}$

$\sin \beta = \cos D \cdot \cos \lambda$

II. Cas particulier de notre cadran solaire

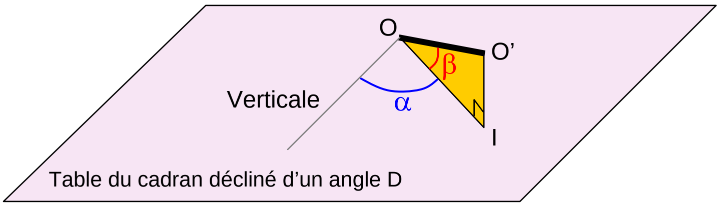
Appliquons ici ces relations pour notre projet de cadran solaire déclinant. Nous nous somme mis d'accord au sein de notre groupe de travail pour prendre un *paramètre de style* : a = 21 cm.

Rappels : La latitude du lieu étudié est λ = 48° N et la déclinaison gnomonique du mur est D = – 30°.

Il vient les résultats suivants :

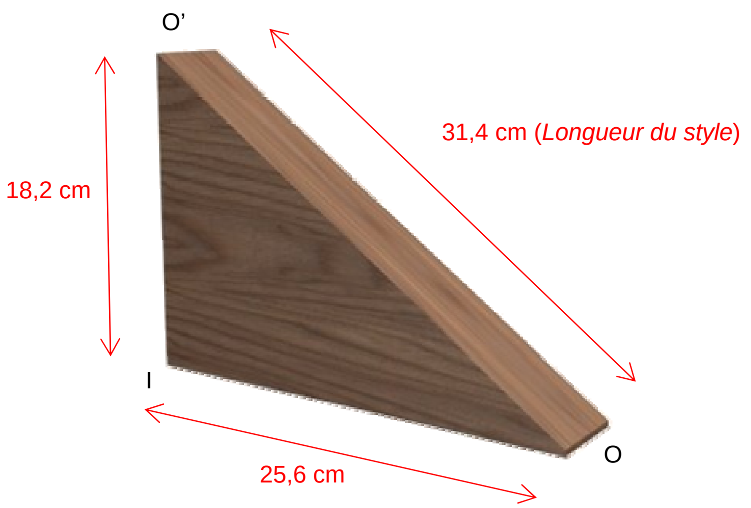
OO' = 31,4 cm (*Longueur du style*)	α = 24,2°
OI = 25,6 cm	β = 35,4°
O'I = 18,2 cm	

Compte tenu de notre déclinaison gnomonique de – 30°, le schéma suivant rend compte de la manière dont nous avons effectué nos tracés sur la *table du cadran* pour positionner le *style* OO'.



Afin de faciliter la mise en place du *style* sur le cadran, nous avons donc réalisé une cale en bois assimilable au triangle OIO' rectangle en **I** représenté ci-dessus.

Représentation de la cale réalisée :



Cette cale, qu'il faudra placer avec un angle α bien précis, servira au sculpteur pour orienter convenablement le style lors de son implantation sur notre cadran solaire.

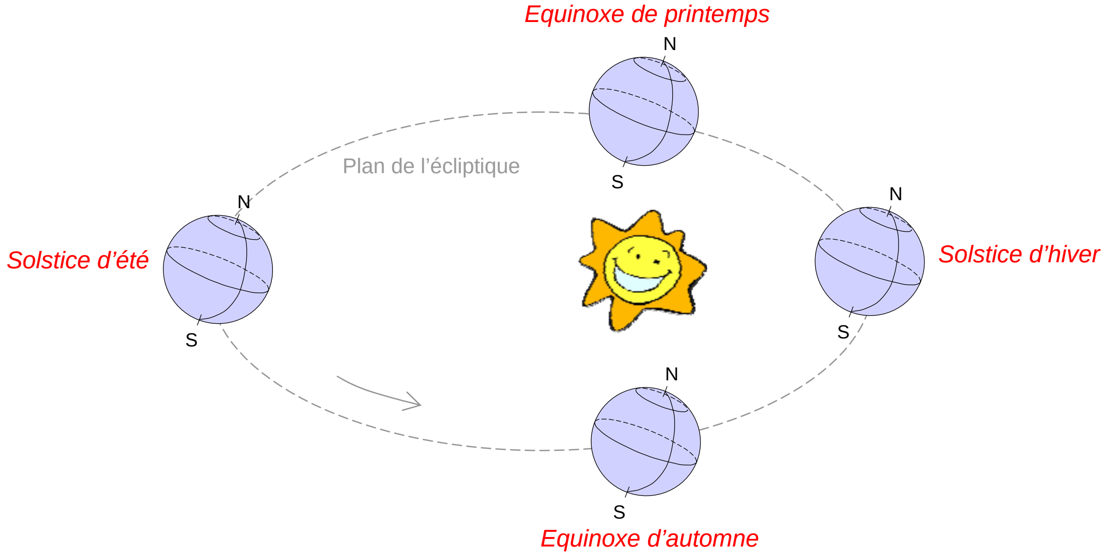
7 Notions de déclinaison, de hauteur et d'azimut du Soleil

Nous cherchons ici à donner au lecteur quelques notions de base concernant l'évolution du Soleil dans le ciel de son lever le matin à son coucher le soir.

Qu'appelle-t-on déclinaison, hauteur ou bien encore azimut du Soleil ? Il nous faut ici introduire ces notions afin de mieux comprendre et appréhender le mouvement apparent du Soleil dans le ciel au cours de l'année, ce dernier jouant un rôle capital dans le fonctionnement d'un cadran solaire.

I. Comment repérer le mouvement du Soleil dans le ciel ?

On rappelle ici quelques éléments d'astronomie concernant les mouvements de la Terre autour du Soleil. Tout d'abord, il est bon de rappeler que dans le référentiel héliocentrique (référentiel dont l'origine correspond au centre de masse du Soleil (en Grec « *Hélios* »)), la Terre suit une trajectoire elliptique dont le Soleil est centré au niveau de l'un des foyers de cette ellipse, c'est la *première loi de Kepler*.

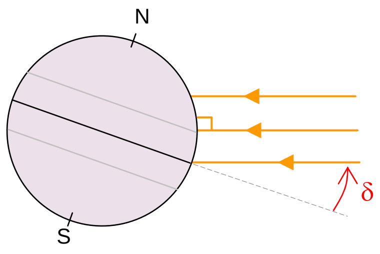


Sur ce schéma, on peut observer que l'axe de rotation de la Terre est incliné par rapport au plan de l'écliptique ; cette inclinaison est sensiblement égale à 23° 27', soit environ 23,44°.
Au fil de l'année, cette inclinaison est conservée et les rayons solaires arrivent ainsi sur la Terre avec une inclinaison par rapport à l'équateur sans cesse différente.

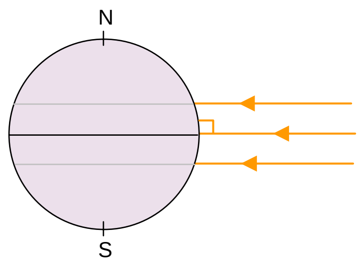
I.1. Déclinaison du Soleil : δ

En astronomie, on appelle déclinaison du Soleil δ l'angle orienté formé entre le plan de l'équateur terrestre pris comme origine et les rayons provenant du Soleil. Au cours de l'année, comme nous venons de le voir précédemment, cet angle varie.

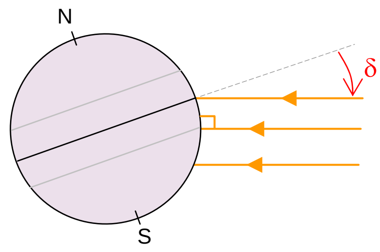
Les schémas suivants nous permettent de déterminer les valeurs de cette déclinaison δ les jours des solstices d'été et d'hiver ainsi que les jours des équinoxes de printemps et d'automne :



Solstice d'été
(δ ≈ + 23,44°)



Equinoxes
(δ = 0°)

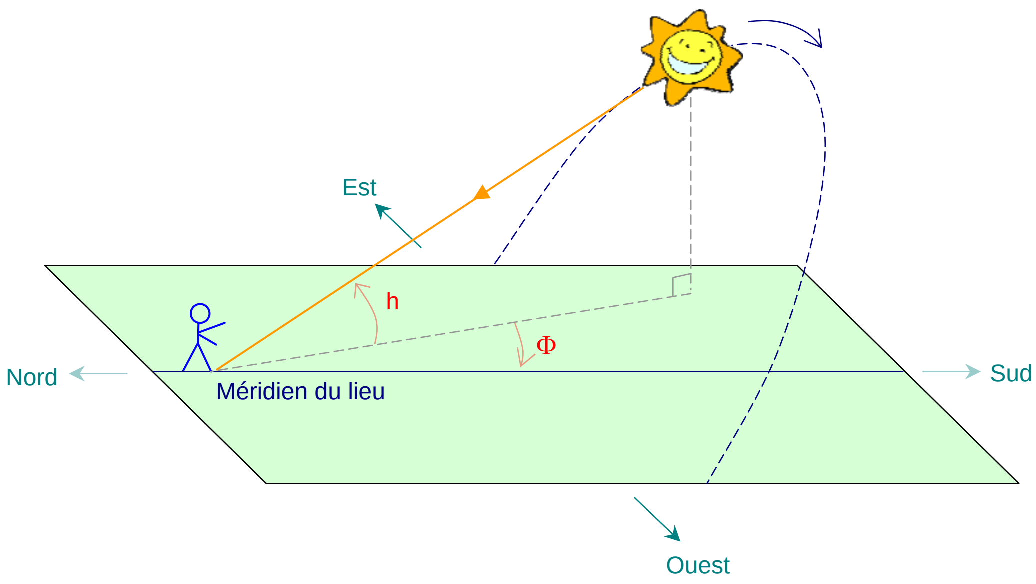


Solstice d'hiver
(δ ≈ – 23,44°)

I.2. Hauteur h et azimut Φ du Soleil

Lors de la journée, on peut observer que le Soleil se lève le matin pour atteindre une hauteur maximale à midi solaire avant de se coucher le soir.

Le mouvement apparent du soleil vu par un observateur terrestre est représenté sur le schéma ci-dessous :



On repère communément la position du Soleil dans le ciel par :

- *L'azimut* Φ : angle orienté entre la direction pour laquelle nous trouvons la projection orthogonale du Soleil sur le sol terrestre et la direction Nord – Sud du méridien de notre lieu.

- *La hauteur* h : angle orienté entre la direction pour laquelle nous trouvons la projection orthogonale du Soleil sur le sol terrestre et la direction avec laquelle nous arrivent les rayons lumineux.

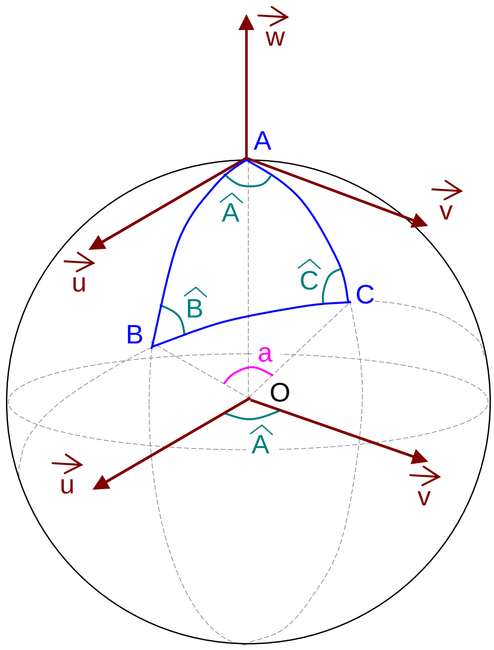
Le schéma ci-dessus illustre ces angles de manière simplifiée.

II. Notions de trigonométrie sphérique

Cette partie traite de compléments de trigonométrie sphérique qui vont nous être très utiles pour la détermination de grandeurs astronomiques telles que la hauteur ou encore l'azimut.

II.1. Les triangles sphériques

Considérons une sphère de centre O et de rayon unité, et sur sa surface trois points A, B et C non tous trois situés sur un même grand cercle de la sphère. Ces trois points constituent les sommets d'un *triangle sphérique* dont les côtés sont les arcs de trois grands cercles de la sphère.



On peut alors définir des angles :

- *<u>Angles au sommet</u>* <u>$\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$</u> : par exemple $\widehat{A}$ désigne ainsi l'angle inférieur à 180° au niveau du sommet A du triangle. On retrouve également cet angle au niveau du centre O de la sphère.

- *<u>Angles au centre</u>* <u>a, b, c</u> : par exemple a désigne l'angle inférieur à 180°, en O, entre les directions des arcs OB et OC.

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont des vecteurs unitaires dont les directions sont liées aux positions des points A, B et C.

Remarques : Si un des angles au sommet est égal à 90°. Le triangle est dit rectangle. De plus, la somme des angles au sommet n'est pas, comme pour un triangle plan, égale à 180°, mais supérieure à 180°. On parle d'*excès sphérique*.

II.2. Relations trigonométriques

Nous allons établir les relations les plus générales dans un triangle sphérique quelconque.

<u>a) Premières relations générales</u> :

Les vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont décomposés sur $\vec{u}$ et $\vec{w}$ (respectivement $\vec{v}$ et $\vec{w}$), ce qui donne :

$$\cos a = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = (\cos c \cdot \vec{w} + \sin c \cdot \vec{u}) \cdot (\cos b \cdot \vec{w} + \sin b \cdot \vec{v})$$

Or : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \widehat{A}$

D'où : $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \widehat{A}$

De la même manière, en opérant par une permutation des variables a, b et c, il vient :

$$\boxed{\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \widehat{A} \\ \cos b &= \cos a \cdot \cos c + \sin a \cdot \sin c \cdot \cos \widehat{B} \\ \cos c &= \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos \widehat{C} \end{aligned}}$$

b) Relation des sinus :

Il est clair que tous les sinus de tous les angles sont positifs, ainsi on peut écrire :

$$\frac{\sin\widehat{A}}{\sin a} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\widehat{A}}}{\sin a} = \frac{\sqrt{1-\left(\dfrac{\cos a - \cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}\right)^2}}{\sin a}$$

$$\frac{\sin\widehat{A}}{\sin a} = \frac{\sqrt{(1-\cos^2 b)\cdot(1-\cos^2 c)-\cos^2 a-\cos^2 b\cdot\cos^2 c+2\cdot\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c}}{\sin a\cdot\sin b\cdot\sin c}$$

$$\frac{\sin\widehat{A}}{\sin a} = \frac{1-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+2\cdot\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c}{\sin a\cdot\sin b\cdot\sin c}$$

La dernière relation est invariante par permutation circulaire des variables a, b et c. Donc nous obtenons une relation remarquable du triangle sphérique appelée relation des sinus :

$$\boxed{\frac{\sin\widehat{A}}{\sin a} = \frac{\sin\widehat{B}}{\sin b} = \frac{\sin\widehat{C}}{\sin c}}$$

c) Deuxièmes relations générales :

A partir des équations précédemment établies, en réinjectant la relation des sinus dans les premières relations générales, il vient les relations suivantes :

$$\boxed{\begin{array}{l}\sin a\cdot\cos\widehat{C} = \cos c\cdot\sin b - \sin c\cdot\cos b\cdot\cos\widehat{A}\\ \sin b\cdot\cos\widehat{A} = \cos a\cdot\sin c - \sin a\cdot\cos c\cdot\cos\widehat{B}\\ \sin c\cdot\cos\widehat{B} = \cos b\cdot\sin a - \sin b\cdot\cos a\cdot\cos\widehat{C}\end{array}}$$

III. Détermination analytique de la hauteur et de l'azimut du Soleil

Reprenons les éléments de trigonométrie sphérique précédemment démontrés et appliquons les à notre bonne vieille planète Terre. Nous allons tenter ici de mettre en place des relations mathématiques nous permettant d'avoir accès aux azimuts et aux hauteurs du Soleil pour chaque jour de l'année et pour chaque heure solaire du jour.

On utilisera les notations suivantes :

- λ : latitude de la position du cadran solaire sur le globe terrestre (en degrés).
- δ : déclinaison du Soleil (en degrés).
- Φ : azimut du Soleil (en degrés).
- θ : angle correspondant aux lignes horaires sur un cadran de type équatorial. Cet angle est orienté et pris par rapport à la ligne horaire 18 h prise comme référence (en degrés).

III.1. Schématisation du problème

On réalise ci-dessous un schéma du globe terrestre sur lequel figure un *triangle sphérique*. Ses sommets sont définis de la manière suivante :

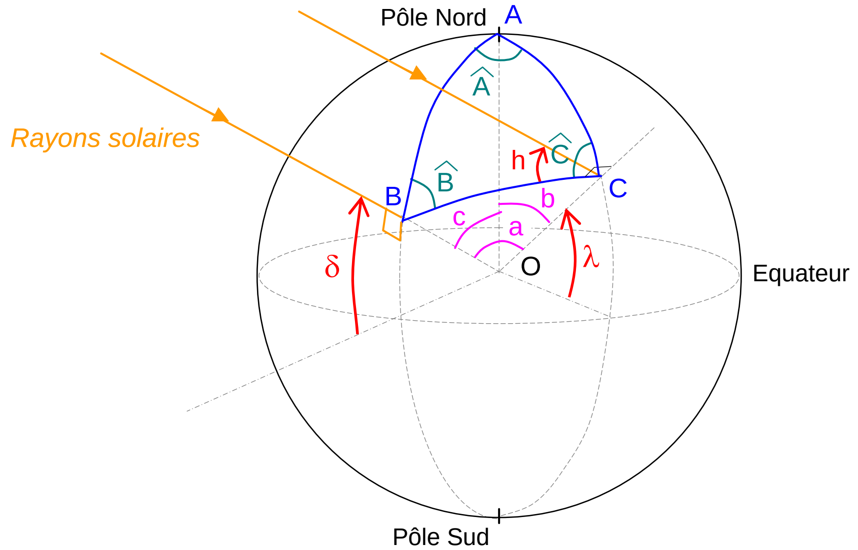
A : Pôle Nord de la Terre.
B : Position zénithale du Soleil (point du globe où les rayons solaires arrivent perpendiculaires au sol terrestre).
C : Position géographique de notre cadran (Tonnerre dans notre cas).

Sur ce schéma, on peut relever les correspondances suivantes concernant les angles a, b et c :

$\boxed{a = 90° - h}$

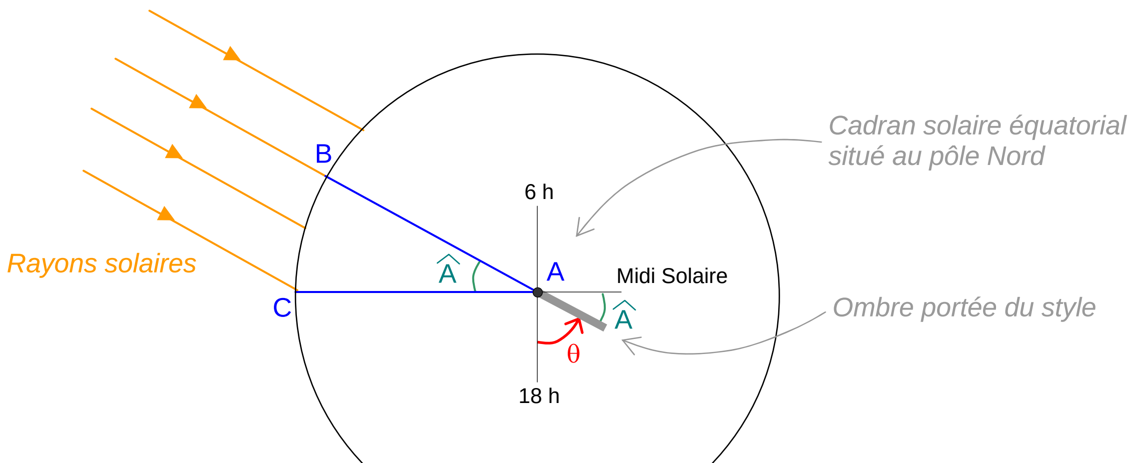
$\boxed{b = 90° - \lambda}$

$\boxed{c = 90° - \delta}$



Relevons maintenant à quoi correspond l'angle $\widehat{A}$ dans notre triangle sphérique :

On représente ci-dessous le globe terrestre observé de manière polaire.

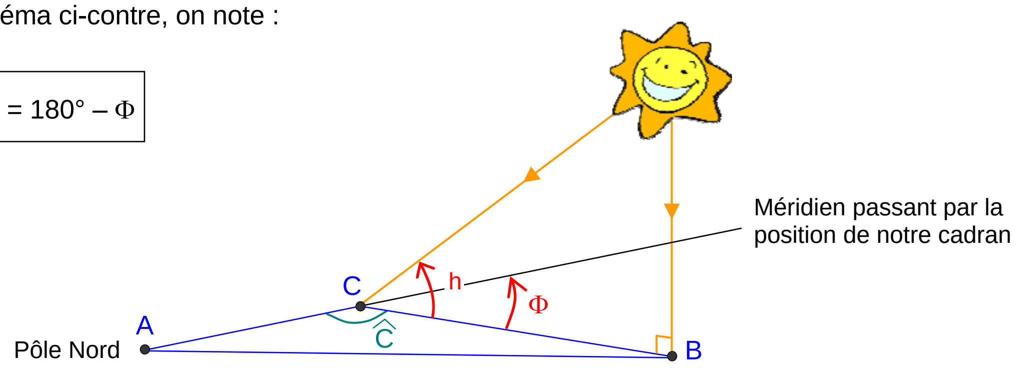


Il vient : $\boxed{\widehat{A} = 90° - \theta}$

<u>Relevons maintenant à quoi correspond l'angle $\widehat{C}$ dans notre triangle sphérique</u> :

Sur le schéma ci-contre, on note :

$$\boxed{\widehat{C} = 180° - \Phi}$$



III.2. Mise en équations des azimuts et hauteurs du Soleil

En réinjectant les angles définis pour notre triangle sphérique à la surface de notre planète dans l'une des premières équations générales établies précédemment, il vient :

$$\cos(90° - h) = \cos(90° - \lambda) \cdot \cos(90° - \delta) + \sin(90° - \lambda) \cdot \sin(90° - \delta) \cdot \cos(90° - \theta)$$

Il vient :

$$\boxed{\sin h = \sin\lambda \cdot \sin\delta + \cos\lambda \cdot \cos\delta \cdot \sin\theta} \qquad \textit{Relation (1)}$$

Cette équation nous permet d'avoir accès à *<u>la hauteur h du Soleil</u>* connaissant notre position en latitude λ sur le globe terrestre, suivant le jour de l'année repéré par la déclinaison δ du Soleil et suivant l'heure solaire de la journée repérée par l'angle horaire θ définit pour un cadran solaire équatorial.

En reprenant l'équation relative à la « loi des sinus », il vient l'égalité suivante :

$$\frac{\sin(90° - \theta)}{\sin(90° - h)} = \frac{\sin(180° - \Phi)}{\sin(90° - \delta)}$$

$$\frac{\cos\theta}{\cos h} = \frac{\sin\Phi}{\cos\delta}$$

Il vient :

$$\cos h \cdot \sin\Phi = \cos\theta \cdot \cos\delta \qquad (a)$$

En reprenant maintenant l'une des deuxièmes relations générales établies pour les triangles sphériques, on tire la relation suivante :

$$\sin(90° - h) \cdot \cos(180° - \Phi) = \cos(90° - \delta) \cdot \sin(90° - \lambda) - \sin(90° - \delta) \cdot \cos(90° - \lambda) \cdot \cos(90° - \theta)$$

$$\cos h \cdot \cos\Phi = \cos\delta \cdot \sin\lambda \cdot \sin\theta - \sin\delta \cdot \cos\lambda \qquad (b)$$

Des relations (*a*) et (*b*), on peut déduire en divisant la première par la seconde en prenant soin de réaliser cette opération pour des valeurs strictement positives pour la seconde relation :

$$\boxed{\tan \Phi = \frac{\cos \theta \cdot \cos \delta}{\cos \delta \cdot \sin \lambda \cdot \sin \theta - \sin \delta \cdot \cos \lambda}} \qquad \textit{Relation (2)}$$

Cette équation nous permet d'avoir accès à *l'azimut Φ du Soleil* connaissant notre position en latitude λ sur le globe terrestre, suivant le jour de l'année repéré par la déclinaison δ du Soleil et suivant l'heure solaire de la journée repérée par l'angle horaire θ définit pour un cadran solaire équatorial.

III.3. Hauteurs h et azimuts Φ du Soleil

A partir des deux relations établies précédemment, on peut ainsi déterminer la hauteur du Soleil et son azimut pour les différentes heures de la journée à différentes périodes de l'année. Une étude informatisée à l'aide d'un tableur nous donne les résultats rassemblés dans le tableau suivant :

	Lignes horaires d'un cadran équatorial	*Solstice d'été ($\delta \approx 23,44°$)*		*Equinoxes ($\delta \approx 0°$)*		*Solstice d'hiver ($\delta \approx -23,44°$)*	
	θ (°)	hauteur h (°)	azimut Φ (°)	hauteur h (°)	azimut Φ (°)	hauteur h (°)	azimut Φ (°)
20h	-30	0,6	127,4	-	113,2	-	95,4
19h	-15	7,9	116,5	-	101,3	-	84,2
18h	0	17,2	106,2	0,0	90,0	-	73,8
17h	15	27,0	95,8	10,0	78,7	-	63,5
16h	30	37,1	84,6	19,5	66,8	0,6	52,6
15h	45	46,9	71,6	28,2	53,4	8,0	40,9
14h	60	55,8	54,7	35,4	37,8	13,7	28,2
13h	75	62,7	31,2	40,3	19,8	17,3	14,4
12h	90	65,4	0,0	42,0	0,0	18,6	0,0
11h	105	62,7	-31,2	40,3	-19,8	17,3	-14,4
10h	120	55,8	-54,7	35,4	-37,8	13,7	-28,2
9h	135	46,9	-71,6	28,2	-53,4	8,0	-40,9
8h	150	37,1	-84,6	19,5	-66,8	0,6	-52,6

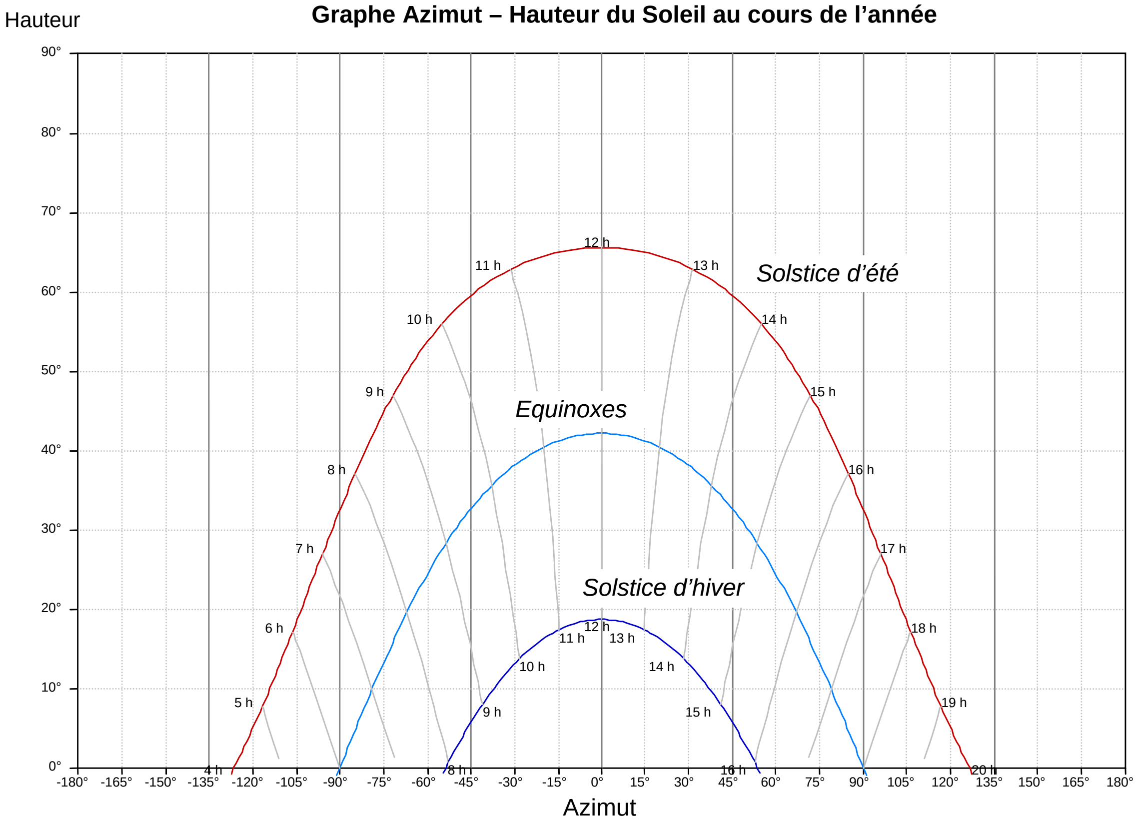
Rappels : La latitude du lieu d'implantation de notre cadran solaire est λ = 48°.

Remarques :

- Il est à remarquer que des valeurs de hauteur h ne sont pas présentes dans ce tableau. En effet, nous n'avons pas consigné les valeurs négatives de h qui voudraient dire que le Soleil serait « en dessous » du sol terrestre. Ces valeurs sont donc liées à l'absence de Soleil, la nuit.

- Il est intéressant de constater également que le Soleil ne se lève à l'Est pour se coucher à l'Ouest (azimuts respectifs de – 90° et 90°) que les jours des équinoxes de printemps et d'automne. En effet, en toute rigueur, ce dernier se lève au Nord – Est pour se coucher au Nord – Ouest durant la période estivale, et se lève au Sud – Est pour se coucher au Sud – Ouest durant la période hivernale.

On peut rassembler les résultats du tableau précédent sous la forme d'un graphe représentant le mouvement apparent du Soleil dans le ciel en traçant la hauteur h du Soleil en fonction de son azimut Φ :



8 L'indicateur des saisons

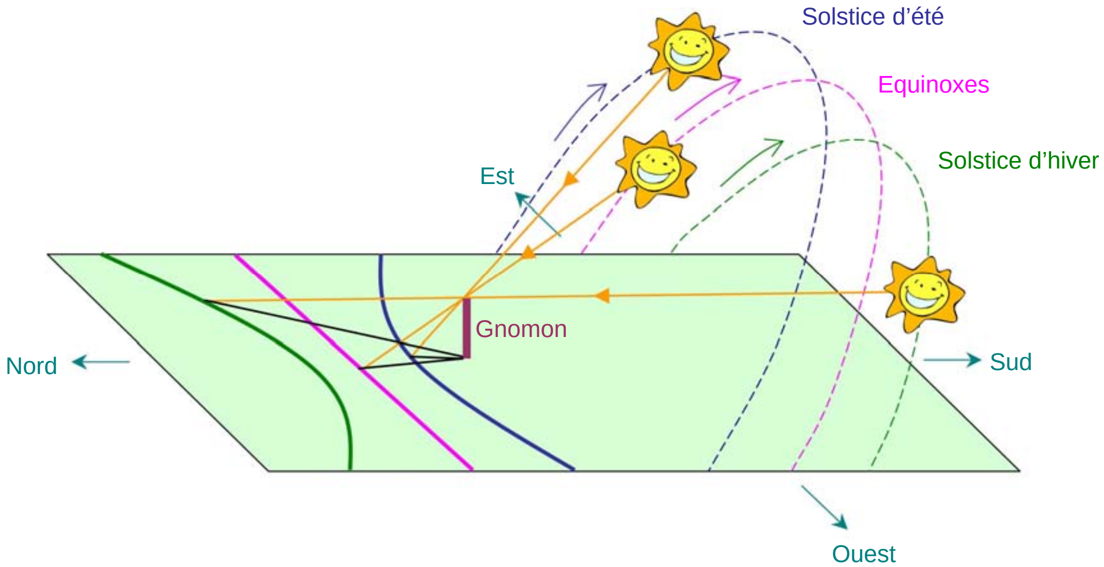
Un cadran solaire indique l'heure solaire locale. Cependant, nous avons vu dans le chapitre précédent qu'au fil de l'année la hauteur du Soleil à midi varie dans le ciel. *Que cela signifie-t-il pour notre cadran* ? *Peut-on utiliser ce phénomène astronomique pour nous repérer dans l'année* ? Voilà un ensemble de questions auxquelles nous allons tenter de répondre ici.

Avant toute chose, notons que l'une des conséquences directes de ce phénomène se traduit par une ombre portée du style qui sera ainsi plus ou moins longue au fil de l'année.

La connaissance de la courbe que va dessiner sur la table du cadran l'extrémité de l'ombre du style au fil d'une journée peut donc nous donner une information sur la date du jour considéré ou encore sur la saison en cours. C'est ce que l'on appelle *l'indicateur des saisons*.

I. Les hyperboles des saisons

Reprenons l'exemple du *gnomon*, le premier des cadrans solaires. On rappelle que celui-ci est constitué d'un simple *style* planté verticalement à même le sol. Le schéma suivant montre les courbes que dessineraient sur le sol les extrémités des ombres successives du *gnomon* aux solstices d'été et d'hiver ainsi qu'aux équinoxes :



On peut effectivement constater une propriété démontrée au chapitre précédent, à savoir que dans l'année le Soleil ne monte pas à la même hauteur à midi solaire dans le ciel. Il est ainsi plus haut dans le ciel en période estivale qu'en période hivernale.

De plus, sur ce schéma, nous pouvons également observer que les extrémités des ombres portées du gnomon dessinent sur le sol terrestre des courbes ayant des allures d'hyperboles :

- L'hyperbole du solstice d'été en *bleu* sur le schéma.
- L'hyperbole des équinoxes de printemps et d'automne en *rose* sur le schéma.
- L'hyperbole du solstice d'hiver en *vert* sur le schéma.

Dans l'année, les extrémités des ombres portées du gnomon vont donc se déplacer dans la zone délimitée par les hyperboles des solstices d'été et d'hiver.

Il est ainsi possible d'utiliser ce phénomène physique pour nous repérer dans les saisons.

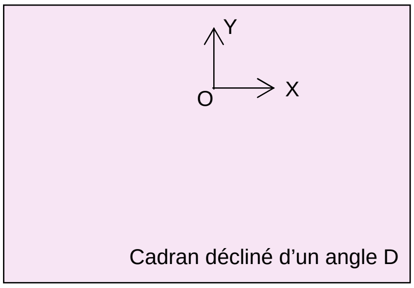
II. Comment représenter ces hyperboles sur un cadran solaire ?

Pour tracer les hyperboles des saisons sur la table d'un cadran solaire déclinant, nous allons procéder de la manière suivante : nous allons rechercher, pour chacune des heures solaires du cadran, les positions de l'extrémité M de l'ombre portée du style pour les solstices d'été et d'hiver ainsi que pour les équinoxes de printemps et d'automne.

Pour ce faire, pour chacune des hyperboles, nous déterminerons dans un premier temps l'abscisse X de ces points M pour une heure solaire convenue, dans un deuxième temps son ordonnée Y puis enfin sa distance radiale R séparant ce point M du point d'ancrage O du style.

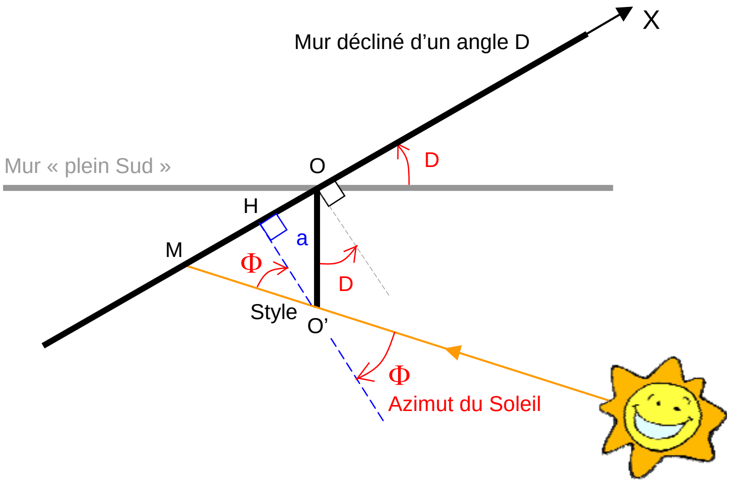
On rappelle que « a » représente le *paramètre du style*.

Le repère utilisé dans notre étude est représenté ci-contre :



II.1. Détermination de l'abscisse X

Soit M le point de l'extrémité de l'ombre portée du style dont on cherche l'abscisse X pour une position quelconque du Soleil de la journée. On réalise le schéma en vue de dessus suivant :



On a la relation : X = $\overline{OH} + \overline{HM}$

Avec : $\overline{OH} = -a \cdot \sin D$

$\overline{HM} = HO' \cdot \tan \Phi = a \cdot \cos D \cdot \tan \Phi$ (Notons que $\Phi < 0$ sur le schéma précédent)

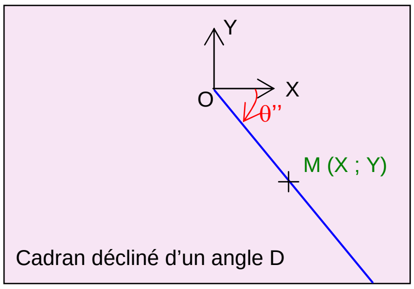
Il vient l'expression de l'abscisse recherchée pour le point M :

$$\boxed{X = a \cdot [\cos D \cdot \tan \Phi - \sin D]}$$

II.2. Détermination de l'ordonnée Y

Soit M le point de l'extrémité de l'ombre portée du style dont on cherche l'ordonnée Y.

Connaissant les abscisses X des points M pour chacune des lignes horaires, il est possible de déterminer facilement leurs ordonnées Y. En effet le point M se situe sur la ligne horaire repérée par l'angle θ'' sur un cadran vertical déclinant et a également une abscisse X déterminée précédemment.



Ligne horaire quelconque du cadran d'équation : Y = tan θ'' · X

Il faut donc résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} X = a \cdot [\cos D \cdot \tan \Phi - \sin D] \\ Y = \tan \theta'' \cdot X \end{cases}$$

Il vient :

$$\boxed{Y = \tan \theta'' \cdot a \cdot [\cos D \cdot \tan \Phi - \sin D]}$$

Il est important à remarquer que cette relation n'est pas définie pour midi solaire, soit pour θ'' = – 90°.

Pour l'heure midi solaire (θ'' = – 90°), on décide alors de réaliser le schéma en vue de côté représenté ci-contre :

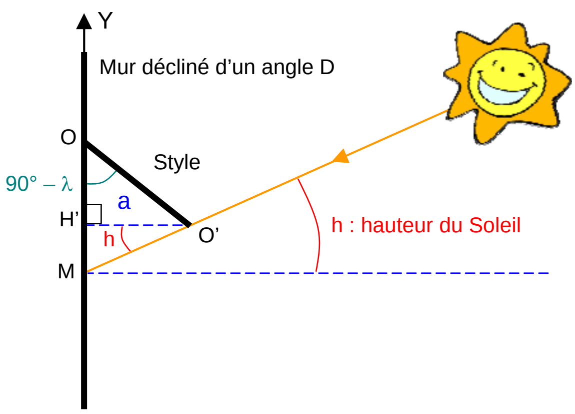
Il vient : $Y_{Midi} = \overline{OH'} + \overline{H'M}$

Avec : $\overline{OH'} = -a \cdot \tan \lambda$

$\overline{H'M} = -a \cdot \tan h$

Il vient l'expression de l'ordonnée de M pour midi solaire :

$$\boxed{Y_{Midi} = -a \cdot [\tan \lambda + \tan h]}$$

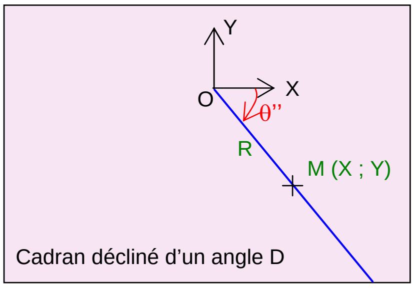


II.3. Détermination de la distance radiale R

Nous venons de déterminer les coordonnées (X ; Y) des points M des courbes dessinées par les extrémités des ombres portées du style sur la table du cadran pour certaines heures (repérées par l'angle θ'') de la journée.

On rappelle que notre objectif est ici de pouvoir tracer le plus simplement possible ces courbes (*hyperboles des saisons*) sur notre cadran. On se propose ainsi pour chacune des lignes horaires, repérée par son angle θ'', de déterminer la distance radiale R séparant le point M de l'extrémité de l'ombre portée du style du point O d'ancrage du style, origine du repère.

Schéma de la situation :



Ligne horaire quelconque du cadran

On a alors la relation : $\boxed{R = \sqrt{X^2 + Y^2}}$

III. Cas particulier de notre cadran solaire vertical déclinant

Nous avons déterminé, dans le chapitre précédent, les valeurs des azimuts Φ et hauteurs h du Soleil pour les différentes heures de la journée aux solstices et équinoxes.

Une étude informatisée à l'aide d'un tableur (celui utilisé ici est Excel) nous permet ainsi de déterminer les distances radiales R nous permettant d'avoir accès aux tracés des hyperboles des saisons :

	Lignes horaires d'un cadran déclinant θ'' (°)	*Solstice d'été ($\delta \approx 23{,}44°$)*		*Hyperbole d'été*		
		hauteur h (°)	azimut Φ (°)	X (cm)	Y (cm)	R (cm)
19h	-12	7,9	116,5	311,4	-64,9	318,1
18h	-29	17,2	106,2	84,4	-46,9	96,6
17h	-42	27,0	95,8	50,9	-45,9	68,6
16h	-52	37,1	84,6	36,1	-47,0	59,3
15h	-62	46,9	71,6	26,6	-49,3	56,0
14h	-70	55,8	54,7	18,9	-52,8	56,1
13h	-79	62,7	31,2	10,9	-58,6	59,6
12h	-90	65,4	0,0	0,0	-69,3	69,3
11h	-103	62,7	-31,2	-22,6	-96,4	99,0
10h	-121	55,8	-54,7	-187,1	-315,6	366,9
9h	-144	46,9	-71,6	-	-	-

	Lignes horaires d'un cadran déclinant θ'' (°)	*Equinoxes ($\delta \approx 0°$)*		*Hyperbole des équinoxes*		
		hauteur h (°)	azimut Φ (°)	X (cm)	Y (cm)	R (cm)
19h	-12	-	101,3	64,1	-13,4	65,5
18h	-29	0,0	90,0	42,0	-23,3	48,0
17h	-42	10,0	78,7	31,2	-28,2	42,1
16h	-52	19,5	66,8	24,1	-31,4	39,6
15h	-62	28,2	53,4	18,4	-34,0	38,6
14h	-70	35,4	37,8	13,0	-36,4	38,6
13h	-79	40,3	19,8	7,2	-39,0	39,6
12h	-90	42,0	0,0	0,0	-42,2	42,2
11h	-103	40,3	-19,8	-11,0	-47,2	48,5
10h	-121	35,4	-37,8	-34,2	-57,6	67,0
9h	-144	28,2	-53,4	-146,3	-108,1	181,9

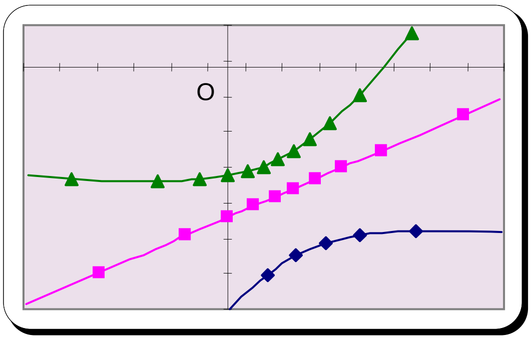
	Lignes horaires d'un cadran déclinant θ'' (°)	*Solstice d'hiver ($\delta \approx -23,44°$)*		*Hyperbole d'hiver*		
		hauteur h (°)	azimut Φ (°)	X (cm)	Y (cm)	R (cm)
19h	-12	-	84,2	35,7	-7,5	36,5
18h	-29	-	73,8	28,0	-15,5	32,0
17h	-42	-	63,5	22,5	-20,3	30,3
16h	-52	0,6	52,6	18,1	-23,5	29,7
15h	-62	8,0	40,9	14,0	-25,9	29,5
14h	-70	13,7	28,2	9,9	-27,7	29,5
13h	-79	17,3	14,4	5,4	-29,2	29,7
12h	-90	18,6	0,0	0	-30,4	30,4
11h	-103	17,3	-14,4	-7,3	-31,3	32,1
10h	-121	13,7	-28,2	-18,8	-31,7	36,9
9h	-144	8,0	-40,9	-42,1	-31,1	52,3

Rappels : La latitude du lieu étudié est λ = 48° N et la déclinaison gnomonique du mur est D = – 30°.
Nous avons choisi un paramètre de style : a = 21 cm.

En reprenant les valeurs précédentes trouvées pour R pour les différentes lignes horaires aux solstices et équinoxes, il est possible (à l'aide du tableur) de simuler les tracés de ces hyperboles sur le futur cadran.

Le graphe représenté ci-contre traduit cela :

- En *bleu* : hyperbole du solstice d'été.
- En *rose* : hyperbole des équinoxes.
- En *vert* : hyperbole du solstice d'hiver



Notons que l'on retrouve bien les formes d'hyperboles énoncées dans le premier paragraphe pour le gnomon. Cependant, du fait de la déclinaison de notre cadran, ce réseau d'hyperboles se trouve ainsi incliné donnant un critère esthétique à notre futur cadran solaire déclinant.

Remarque : À ce stade de notre projet, nous pouvons faire un point intermédiaire pour constater que nous sommes enfin en mesure de :

- Tracer les *lignes horaires* sur notre mur décliné d'un angle D (cf. résultats du chapitre 5).
- Placer et orienter convenablement le *style* sur cadran solaire déclinant (cf. résultats du chapitre 6).
- Tracer les *hyperboles des saisons* nous permettant de nous repérer dans l'année (cf. ce chapitre).

Maquette réalisée d'un cadran solaire vertical déclinant à notre latitude :

9 Qu'est-ce qu'un analemme ?

On retrouve des *analemmes* représentés sur de nombreux cadrans solaires. Cela se traduit bien souvent par une courbe en forme de « 8 » placée au niveau d'une ligne horaire, très souvent pour midi solaire.

Pourquoi une courbe d'une telle forme ? *Quelle est son origine* ? Tentons de répondre à ces questions ici.

I. L'analemme du Soleil

Rappelons que la durée du *jour solaire moyen* est de 24 h. Cela signifie qu'en moyenne sur une année, la Terre prend une durée de 24 h pour effectuer un tour complet sur elle-même de manière à se retrouver dans la même position par rapport au soleil.

Les photos suivantes ont été prises à des intervalles réguliers multiples de 24 h dans l'année :

Photos prises vers 10 h du matin heure solaire

Photos prises vers midi Solaire

On observe bien qu'au fil de l'année le soleil monte et redescend dans le ciel conformément à ce qui a été établi précédemment au chapitre 7 « *Notion de déclinaison, de hauteur et d'azimut du Soleil* ».

Cependant, notons également que dans l’année, le Soleil n’emprunte pas le même cheminement lorsqu’il monte ou descend dans le ciel. Ce phénomène est directement lié à *l’équation du temps* (cf. chapitre 2) du fait que le *jour solaire* n’est pas rigoureusement de 24 h mais varie dans l’année de ± 15 minutes.

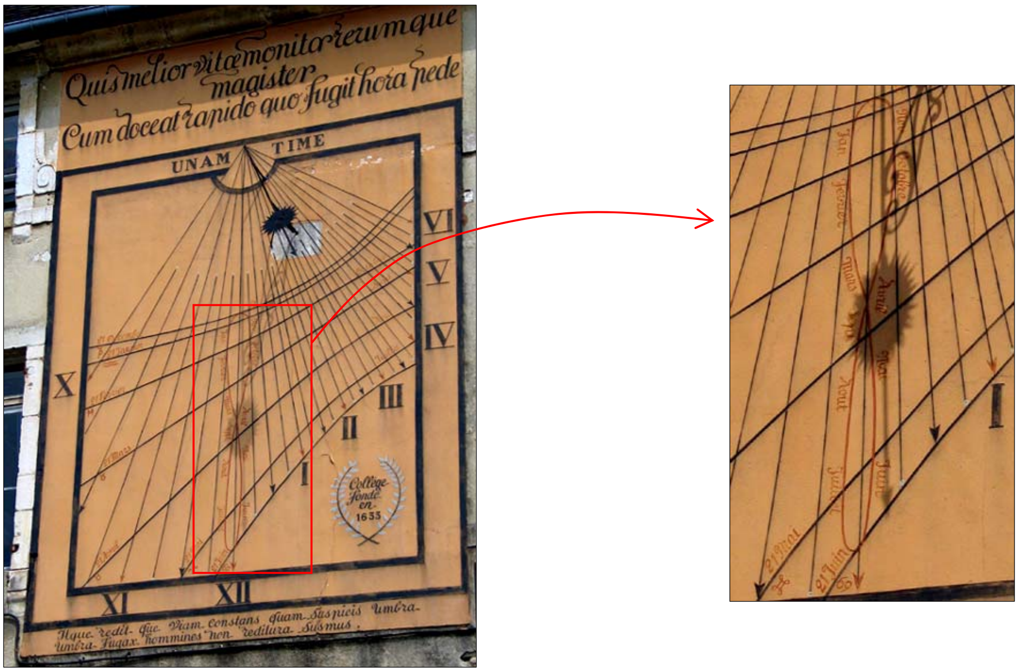
Il est ainsi possible de s’affranchir de *l’équation du temps* sur un cadran solaire en représentant, à la place des lignes horaires, ces analemmes. On parle alors de *cadran analemmique*.

II. Quelques cadrans analemmiques locaux

En regardant autour de nous, on peut observer la présence de cet analemme dans de nombreux cadrans solaires. Les photos ci-dessous montrent ces figures sur quelques-uns des cadrans solaires du Tonnerrois.

Cadran solaire de Noyer-sur-Serein :

Ce cadran solaire, tracé en 1715, est dessiné sur une des façades de l'ancien collège (fondé en 1633) du village médiéval de Noyers sur Serein à une quinzaine de kilomètres de Tonnerre dans l'Yonne.



Méridienne de l’Hôtel-Dieu de Tonnerre :

A l’intérieur du Vieil Hôpital de Tonnerre se trouve un analemme tracé à même le sol ainsi qu’une méridienne.

Ce cadran solaire, d’un genre tout particulier, nous permet à la fois de repérer le midi solaire ainsi que de nous repérer dans l’année.

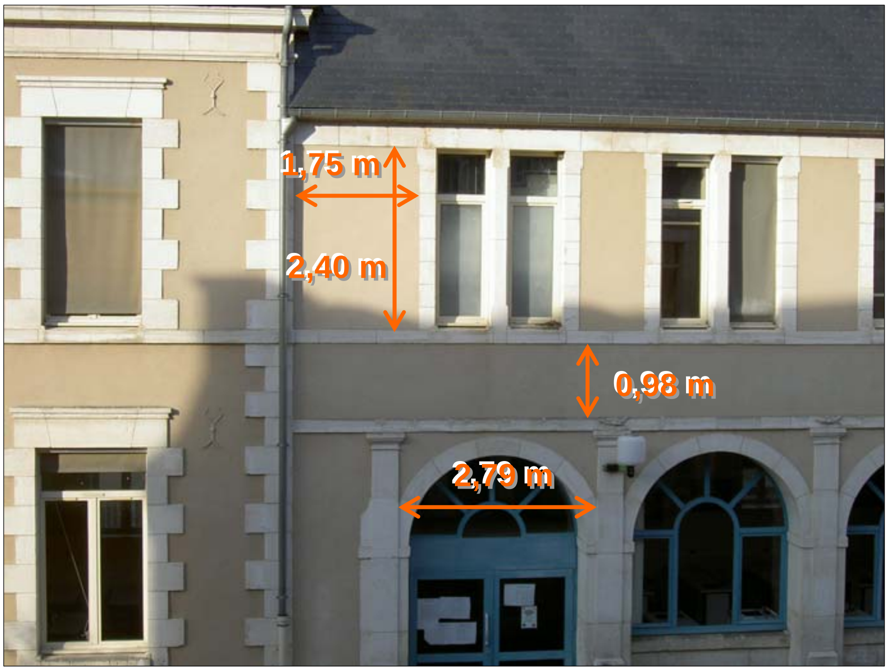
10 Conception de notre cadran solaire vertical déclinant

A ce stade du projet, nous avons enfin terminé l'étude scientifique de notre cadran solaire.

Tous les calculs sont réalisés, il faut donc maintenant réfléchir sur les dimensionnements de notre cadran, sur son aspect esthétique, rassembler les résultats obtenus précédemment et tracer les plans de notre cadran sur papier calque afin de les confier au sculpteur pour sa réalisation.

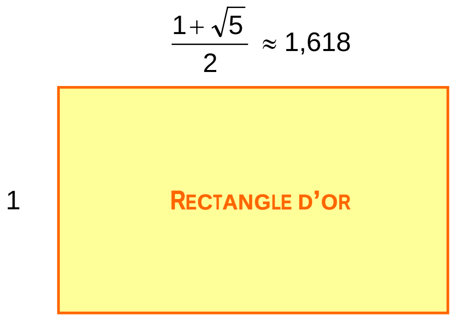
I. Dimensions et emplacement de notre cadran

Tout d'abord, nous nous sommes penchés sur la forme et la taille que nous allions donner au cadran solaire. Pour faciliter notre réflexion, nous avons raisonné sur une photographie de son futur emplacement.



L'équipe du projet s'est mise d'accord pour donner au cadran des dimensions « *dorées* ». Nous nous sommes donc basés sur les proportions du *rectangle d'or* naturellement relié à des critères d'esthétique.

Remarque : Le rectangle d'or possède les proportions suivantes :



Ce rectangle aux proportions particulièrement esthétiques a souvent été utilisé au travers des siècles par les architectes.

On le retrouve, par exemple, dans les proportions de certains édifices comme le Parthénon en Grèce ou bien les pyramides d'Egypte.

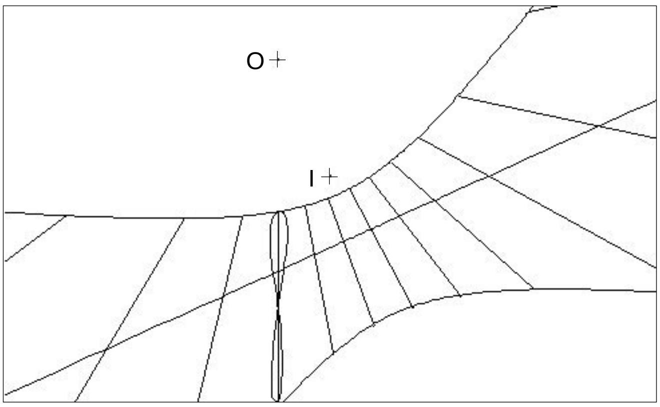
Après concertations au sein de l'équipe du projet et avec le sculpteur, nous avons adopté les dimensions suivantes pour notre cadran solaire :

- Longueur : **130 cm**
- Largeur : **80 cm**
- Epaisseur : **6 cm**

II. Tracé de notre cadran sur calque

Maintenant que nous connaissons les dimensions de notre cadran solaire vertical déclinant, reprenons les résultats établis dans les précédents chapitres pour projeter notre esquisse de cadran sur papier calque.

Voici ce que nous avons commencé par représenter sur notre calque :



Sur ce tracé, on retrouve mis à plat les résultats obtenus dans les chapitre précédents :

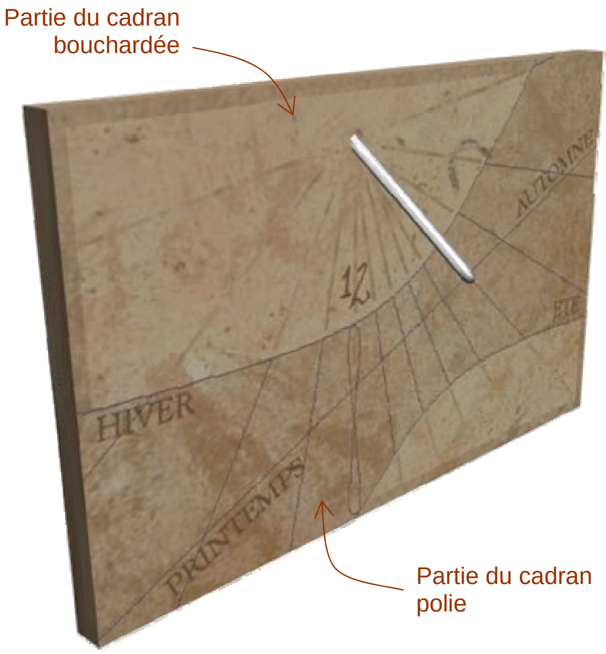
- Le tracé des lignes horaires repérées par les angles θ'' (cf. chapitre 5).
- Le tracé des hyperboles des saisons (cf. chapitre 8).
- Le tracé de l'analemme pour midi solaire (cf. chapitre 9).

III. Les aspects esthétiques

Pour mieux nous imaginer ce à quoi pourrait ressembler notre projet final, nous avons convenu de réaliser des simulations en *images de synthèse*.

Nous avons d'abord convenu du choix de la pierre avec le sculpteur (la pierre choisie a été la *pierre de Nod jaune*, une variété de la *Pierre de Bourgogne*) pour ses qualités esthétiques et non gélives. Une fois le cadran réalisé, pour plus de sûreté, la pierre sera hydrofugée pour la protéger ainsi des attaques des intempéries.
Nous avons ensuite travaillé sur les aspects esthétiques du cadran.

Les simulations suivantes ont été retenues :



Nos simulations satisfaisant l'ensemble de l'équipe du projet « Cadran Solaire », nous avons donc confié notre *calque*, notre *cale* permettant d'orienter le style ainsi que nos *images de synthèse* du cadran solaire au sculpteur M. Yvan Baudoin le *Mercredi 16 Janvier 2008*.

IV. Elaboration d'un poster : « *L'heure, s'il vous plait ?* »

La première phase de notre projet étant terminée, il nous faut maintenant attendre le retour de notre cadran solaire sculpté.

Nous avons alors décidé de nous attaquer, pendant ce temps, à la création d'un poster permettant d'expliquer le plus simplement possible comment passer de *l'heure solaire* lue sur le cadran à *l'heure légale* de notre montre. Ce poster ne vise pas à rentrer trop dans les détails mais à faire en sorte que tout le monde puisse comprendre les origines des écarts observés.

On retrouve ce poster en *Annexe 3* page LXIV de ce livret.

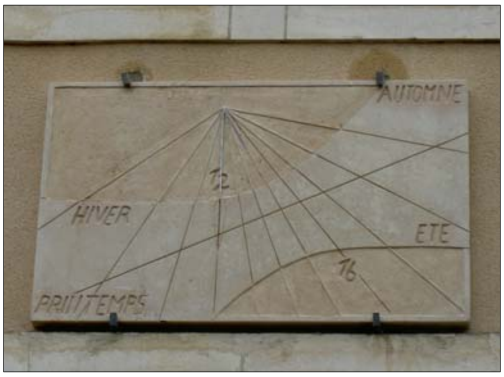
V. La pose du cadran solaire

Nous sommes le *Mercredi 26 Mars 2008*. Deux mois auparavant nous confions notre calque et notre projet aux mains de M. Yvan Baudoin, et nous voilà revenir un véritable *cadran solaire* que nous pouvons enfin toucher de nos mains. Tout ce que nous avions pu imaginer auparavant prend alors une forme concrète et le *style* du cadran commence déjà à projeter son ombre.

La photo ci-dessous montre notre cadran quelques minutes après son installation :

Le cadran solaire réalisé possède les caractéristiques suivantes :

- Longueur : **130 cm**
- Largeur : **80 cm**
- Epaisseur : **6 cm**
- Masse : **120 kg**
- Pierre : **Pierre de Nod jaune**
- Style : **Acier galvanisé**



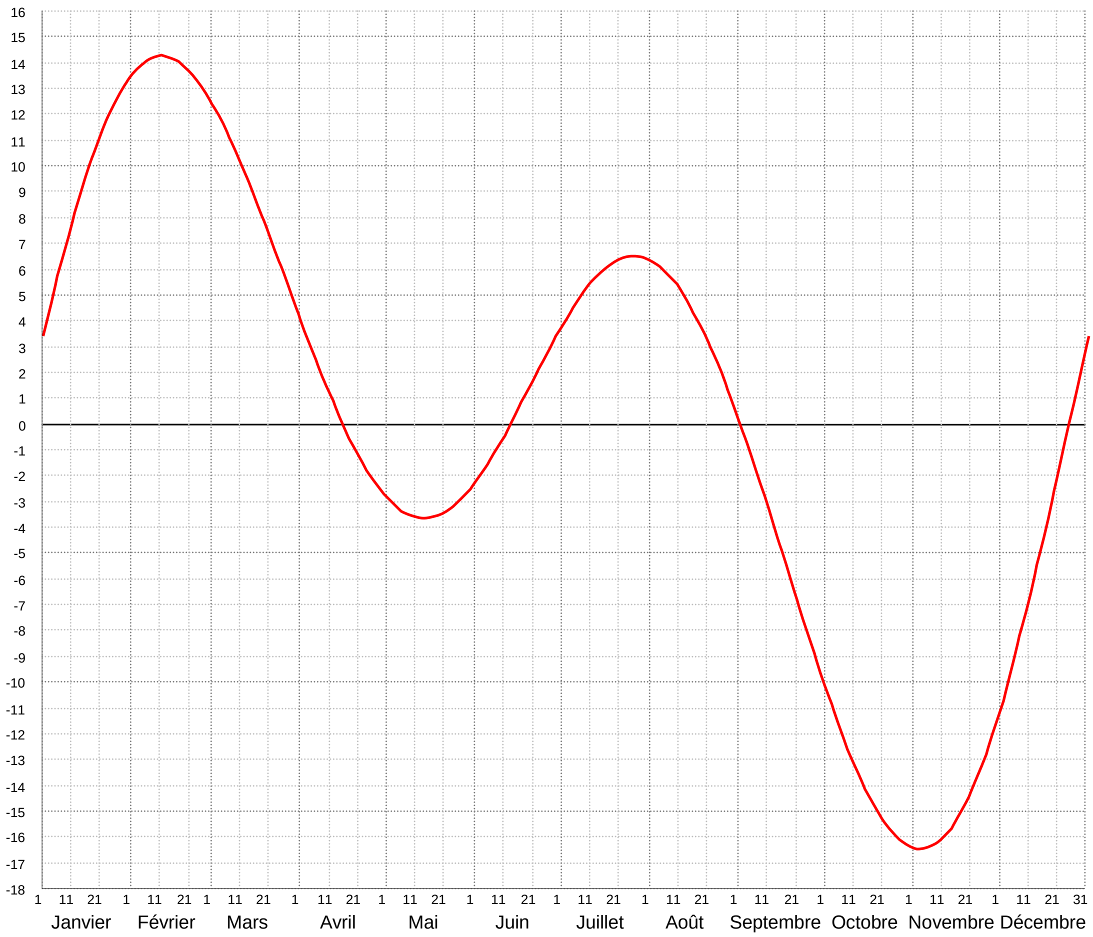
Annexes

Annexe 1 – L'équation du temps

L'équation du temps rend compte de l'écart en minutes entre le temps solaire moyen de 24 h et le temps solaire réel au cours de l'année. La courbe suivante traduit ces écarts.

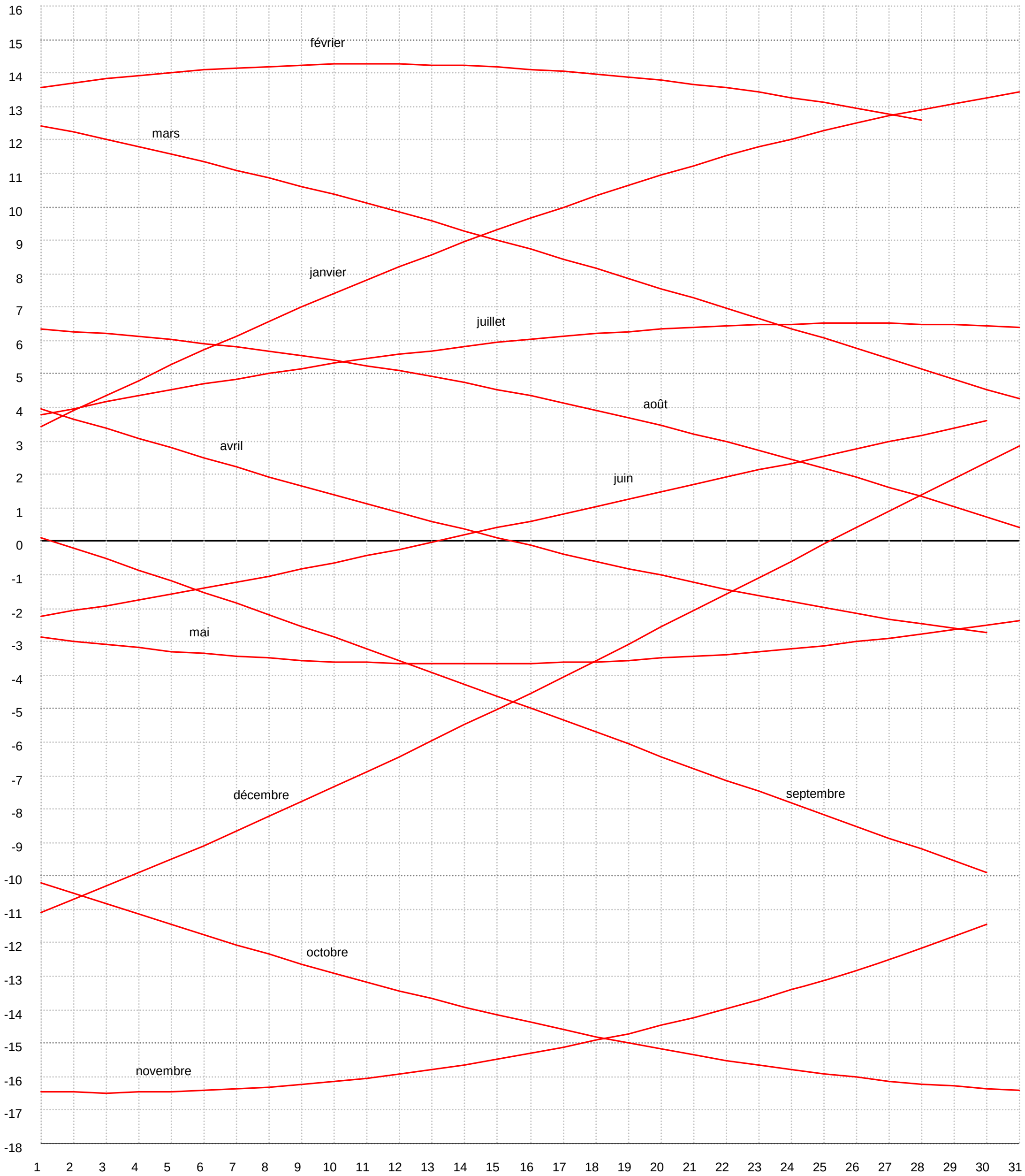
Graphe de l'équation du temps

(temps en minutes à ajouter au jour solaire pour obtenir le jour solaire moyen)



Graphe mensuel de l'équation du temps

(temps en minutes à ajouter au jour solaire pour obtenir le jour solaire moyen)

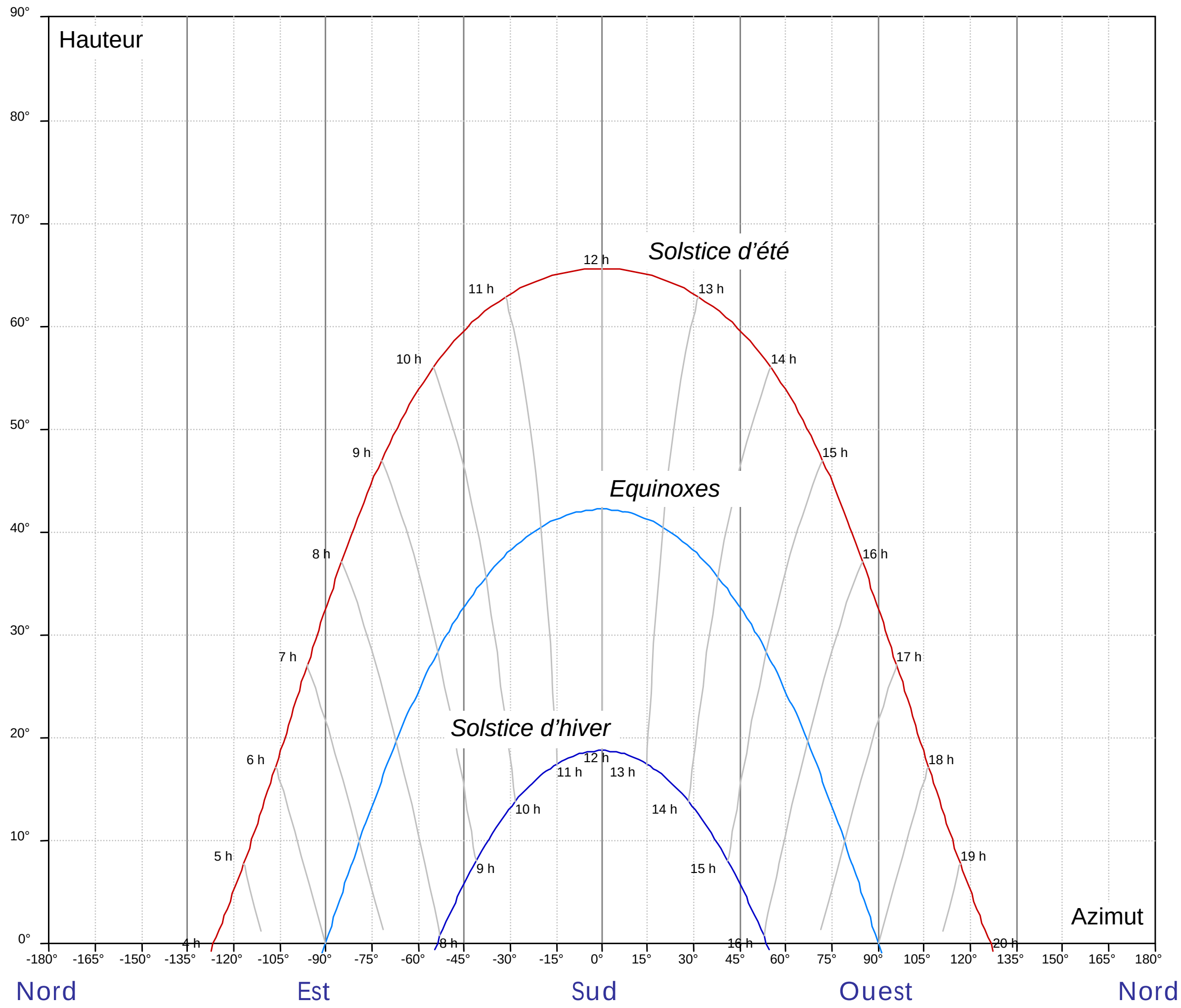


Annexe 2 – Graphe azimut – hauteur du Soleil

Le graphe suivant rend compte de la hauteur du soleil (en degrés) au cours de l'année en fonction de son azimut (également en degrés) pour la latitude de Tonnerre ($\lambda = 48°$).

On peut également repérer sur ce graphe les heures de lever (à l'Est) et de coucher (à l'Ouest) du Soleil au cours de l'année.

Graphe azimut – hauteur du Soleil au cours de l'année



Annexe 3 – Poster réalisé

Un cadran solaire nous donne une information sur l'heure solaire du lieu où il est implanté. Cependant, notre vie quotidienne nous impose une heure légale légèrement différente.

- *Quelle différence entre l'heure solaire et l'heure légale ?*
- *Quelles sont les origines de ces différences ?*
- *Comment passer d'une heure à l'autre ?*

Le poster réalisé, dont voici un aperçu sur la page suivante, se propose de répondre à ces questions de la manière la plus simple possible afin de rendre accessible à tout le monde ce phénomène curieux de la vie quotidienne…

L'heure, s'il vous plait ?

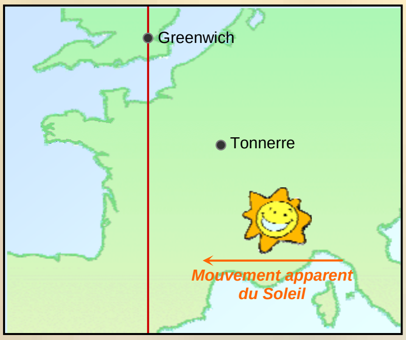
Nous sommes le 10 Septembre, les cours sont terminés et pourtant le cadran solaire n'indique que **15 h 20**…

Pourquoi une telle différence entre l'heure solaire et l'heure légale ? Quelle heure est-il réellement ?

DECALAGE HEURE D'ETE – HEURE D'HIVER

Nous sommes en horaire d'Eté, nous avons donc **2 h** d'avance par rapport à l'heure solaire contre 1 h en horaire d'Hiver.

LONGITUDE DE TONNERRE



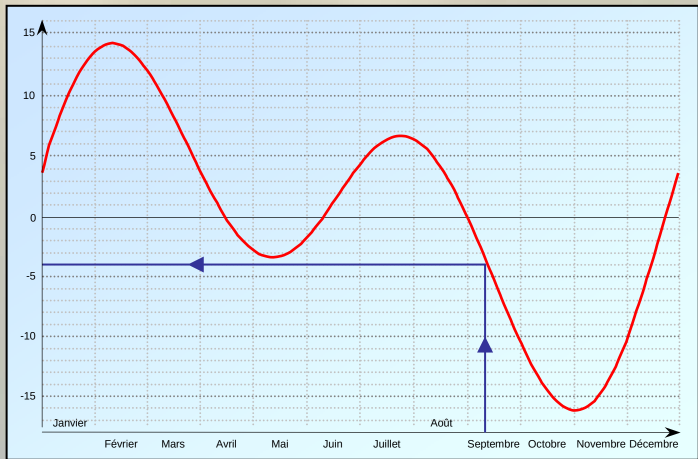
Le Soleil se lève tous les matins à Tonnerre **16 min** avant d'apparaître au niveau du méridien de Greenwich (méridien de référence).

La longitude de Tonnerre (situé à l'Est de ce méridien) est à l'origine de cet écart.

L'EQUATION DU TEMPS

La durée réelle d'un jour n'est pas de 24 h, elle varie dans l'année de plus ou moins 15 min.

En ce jour du 10 Septembre, la courbe ci-contre nous indique qu'il faut retrancher **4 min** à l'heure lue sur le cadran.



Connaissant ces termes correctifs, nous pouvons maintenant rectifier l'heure lue sur le cadran solaire et retrouver l'heure de la montre :

Heure légale = 15 h 20 + 2 h – 16 min – 4 min = 17 h 00

Glossaire

A

Analemme

Nom masculin représentant la figure en "8" tracée par les différentes positions du Soleil à un instant donné (à 24 heures d'intervalle) et depuis un même lieu au cours de l'année.

Année tropique

C'est la durée pendant laquelle la Terre réalise un tour complet autour du Soleil. Cette durée est périodique et avoisine les 365,25 j.

Azimut

Angle orienté entre la direction pour laquelle nous trouvons la projection orthogonale du Soleil sur le sol terrestre et la direction Nord – Sud du méridien de notre lieu.

C

Cadran solaire

C'est un instrument immobile qui indique le temps solaire par le déplacement de l'ombre d'un objet de forme variable, le style, sur une surface, la table du cadran, sur laquelle se trouve un ensemble de graduations tracées.

Cadran solaire méridional

C'est un cadran solaire vertical orienté de manière méridionale, c'est-à-dire face au Sud. On l'appelle également le cadran solaire plein Sud.

Cadran solaire équatorial

C'est un cadran solaire dont la table est parallèle au plan de l'équateur et le style parallèle à l'axe de rotation de la Terre. En France métropolitaine, ces cadrans se présentent de manière inclinée par rapport au sol d'un angle de l'ordre de 45°.

Cadran solaire déclinant

C'est un cadran vertical sur un mur n'étant pas orienté plein Sud. C'est le cas du mur support de notre cadran réalisé qui est décliné d'un angle de 30° Ouest par rapport à la direction du Nord – Sud.

Cadranier

C'est la personne en charge de l'élaboration et de la fabrication des cadrans solaires.

D

Déclinaison du Soleil

En astronomie, on appelle déclinaison du Soleil l'angle orienté formé entre le plan de l'équateur terrestre pris comme origine et les rayons provenant du Soleil. Au cours de l'année, cet angle varie.

Déclinaison gnomonique

La déclinaison gnomonique d'un mur représente l'angle orienté entre la direction Nord – Sud et la normale au mur support du cadran solaire.

E

Equateur

C'est une ligne imaginaire partageant la Terre en deux hémisphères Nord et Sud. Le plan de l'équateur est orthogonal à l'axe de rotation de la Terre.

Equation du temps

C'est l'équation qui relie le temps solaire vrai et le temps solaire moyen. Au cours de l'année, la durée du jour solaire varie pour être plus courte ou plus longue que 24 h. L'équation du temps nous permet de tenir compte de ce paramètre.

Equinoxe d'automne

C'est l'un des deux jours de l'année où la durée de la journée est égale à la durée de la nuit. Cette date avoisine le 23 Septembre.

Equinoxe de printemps

C'est l'un des deux jours de l'année où la durée de la journée est égale à la durée de la nuit. Cette date avoisine le 21 Mars.

F

Fuseaux horaires

C'est une convention qui pose que la zone comprise entre deux méridiens séparés de 15° de longitude aura la même heure. Les lignes des fuseaux horaires suivent généralement les frontières des pays qu'elles traversent.

G

Gnomon

C'est le premier instrument de mesure du temps solaire inventé par l'homme. Il est constitué d'un simple « bâton » (ou style) planté à la verticale dans le sol.

Gnomonique

C'est la science qui étudie les cadrans solaires et qui s'occupe de leur élaboration.

H

Hauteur du Soleil

Angle orienté entre la direction pour laquelle nous trouvons la projection orthogonale du Soleil sur le sol terrestre et la direction avec laquelle nous arrivent les rayons lumineux.

J

Jour sidéral

C'est la durée que prend la Terre pour effectuer un tour complet sur elle-même et se retrouver dans la même orientation par rapport aux étoiles.
Cette durée est de 23 h 56 min 4 s.

Jour solaire

C'est la durée que prend la Terre pour effectuer un tour complet sur elle-même et se retrouver dans la même orientation par rapport au Soleil.
Cette durée varie dans l'année du fait de l'orbite elliptique de la Terre autour du Soleil.

Jour solaire moyen

C'est la durée que prend la Terre pour effectuer un tour complet sur elle-même et se retrouver dans la même orientation par rapport au Soleil.
Par définition, on pose que cette durée en moyenne est de 24 h.

K

Kepler Johannes

Scientifique Allemand (1571 – 1630). Il est à l'origine de l'établissement des relations mathématiques qui régissent les mouvements des planètes sur leur orbite. Il a notamment expliqué les mouvements de la Terre autour du Soleil.

L

Latitude

La latitude nous permet de nous repérer sur le globe terrestre de manière Nord – Sud. Elle est caractérisée par notre position angulaire par rapport à l'équateur et on lui affecte les lettres N et S pour savoir si nous sommes dans l'hémisphère Nord ou Sud. Dans la pratique, on note λ cette grandeur et elle s'exprime en degrés.

Lignes horaires

Ce sont les lignes que l'on peut retrouver sur les cadrans solaires. Ces lignes nous permettent de lire l'heure solaire et ainsi de nous repérer dans le temps.

Longitude

La longitude nous permet de nous repérer sur le globe terrestre de manière Ouest – Est. Elle est caractérisée par notre position angulaire par rapport au méridien de Greenwich pris comme origine et on lui affecte les lettres O et E pour savoir si nous en sommes à l'Ouest ou à l'Est. Dans la pratique, on note L cette grandeur et elle s'exprime en degrés.

M

Méridiens

Ce sont des lignes imaginaires reliant le Pôle Nord géographique au Pôle Sud géographique. Ces lignes nous permettent de nous repérer sur le globe terrestre.

Méridien de Greenwich

C'est un méridien particulier qui nous sert de référence. Il passe par la ville de Greenwich au Royaume-Uni, d'où son nom, et traverse la partie Ouest de la France.

Midi solaire

C'est l'heure indiquée par le cadran solaire lorsque l'ombre est verticale sous le style. Cette heure est différente du midi légal de la montre.
Cela correspond au moment où le Soleil se situe dans le plan formé par le méridien du lieu du cadran.

P

Parallèles
Ce sont des lignes imaginaires parallèles à l'équateur qui nous permettent de nous repérer sur le globe terrestre.

Plan du cadran solaire
C'est la partie du cadran solaire sur laquelle sont projetées les ombres successives du style.

S

Soleil
C'est le nom de l'étoile situé au centre de notre système solaire.

Solstice d'été
C'est le jour de l'année pour lequel la durée de la journée est maximale. Cette date avoisine le 21 Juin.

Solstice d'hiver
C'est le jour de l'année pour lequel la durée de la journée est minimale. Cette date avoisine le 21 Décembre.

Style
C'est la partie proéminente du cadran solaire. C'est son ombre qui est projetée sur la table du cadran pour pouvoir nous repérer dans le temps.

T

Table du cadran solaire
Cf. Plan du cadran solaire.

Terre
C'est notre planète. La Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil selon une orbite elliptique. Les lois de Kepler décrivent le mouvement de notre planète autour du Soleil.

Z

Zénith
On parle de zénith lorsque le soleil est situé au plus haut dans le ciel de telle sorte qu'il soit situé à notre verticale. Le zénith n'est observable sur Terre qu'entre les tropiques du Cancer et du Capricorne.

Bibliographie

Ouvrages, sites Internet et logiciels informatiques nous ayant permis de mener ce projet :

- *Les cadrans solaires, Denis Savoie, Éd Belin Pour la Science, 2003.*
  C'est l'un des trop rares ouvrages de référence clairs sur ce sujet. Il nous a permis de mieux comprendre les principes de bases sur lesquels s'appuient les cadrans solaires pour fonctionner.

- *L'Institut Géographique National (I.G.N.)*
  Ce site nous a apporté des renseignements majeurs par ses cartes afin de situer l'emplacement de notre cadran solaire avec le maximum de précision possible.
  (sites Internet : http://www.ign.fr et http://www.geoportail.fr)

- *Eléments de trigonométrie sphérique*
  Ce site nous a permis de nous initier à quelques éléments de trigonométrie sphérique.
  (site Internet : http://fr.wikipedia.org/wiki/Trigonom%C3%A9trie_sph%C3%A9rique)

- *Carte des Fuseaux horaire*
  (site Internet : http://www.i-voyages.net)

- *L'analemme du Soleil*
  (site Internet : http://www.astrosurf.com/luxorion/analemme.htm)

- *Le cadran solaire de Noyer-sur-Serein*
  (site Internet : http://membres.lycos.fr/jjcord/astro/cadrannoyers.htm)

- *Ville de Tonnerre, l'Hôtel-Dieu*
  (site Internet : http://www.tonnerre.fr/hotel-dieu.htm)

- *Le logiciel © Shadows Pro 2.2.5 de François Blateyron.*
  Ce logiciel nous a permis de vérifier et de valider les résultats de nos calculs ainsi que de réaliser des simulations réalistes pour l'utilisation de notre futur cadran solaire.
  (site Internet de l'auteur : http://www.shadowspro.com)

- *Autodesk 3D Studio Max 8.0*
  Ce logiciel nous a permis de réaliser des animations en images de synthèse afin de concevoir au mieux un cadran s'intégrant de manière harmonieuse à l'établissement.

- *Paint Shop Pro 5.01 (Jasc Software)*
  Ce logiciel nous a permis de dessiner et retravailler des images pour l'élaboration du poster ainsi que pour les animations réalisées en images de synthèse.

- *Microsoft Word et Excel 2003*
  Ces logiciels nous ont permis de créer des feuilles de calculs afin de réaliser des simulations pour notre projet de cadran solaire avec un maximum d'efficacité.

Remerciements

Nous tenons à remercier toutes les personnes et les organismes ayant cru en notre projet et nous ayant permis de le mener à bien jusqu'au bout, à savoir :

- *Mme. Françoise Gandré, Proviseur du Lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre pour nous avoir encouragé à réaliser notre projet.*
- *Le Conseil Régional de Bourgogne.*
- *Tout le personnel du Lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre.*
- *Les élèves participants au projet (par ordre alphabétique) : Juliette Bourdier, Gauthier Brière, Najat Karrandou, Gwénaëlle Lamri et Adrien Lechenadec pour leur implication dans ce projet.*
- *Les professeurs encadrants ce projet (par ordre alphabétique) : Marco Correia (Professeur de Mathématiques), Valérie Couriol (Professeur Documentaliste) et Nicolas Maury (Professeur de Physique Chimie) pour leur implication dans ce projet.*
- *L'office de tourisme de Tonnerre pour nous avoir permis de visiter le Vieil Hôpital de la ville afin de voir et de mieux comprendre le fonctionnement de sa méridienne.*

Et un remerciement tout particulier à :

- *M. Yvan Baudoin, notre sculpteur, qui a su motiver notre projet et qui a réalisé un cadran solaire en pierre faisant l'unanimité de notre groupe de travail.*
  (site internet : www.yvanbaudoin.com)

  Encore un grand merci !

L'équipe du projet « Cadran Solaire »

L'équipe du projet « Cadran Solaire »

De gauche à droite : Valérie Couriol, Adrien Lechenadec, Juliette Bourdier, Gwénaëlle Lamri, Gauthier Brière, Najat Karrandou, Yvan Baudoin, Nicolas Maury et Marco Correia

Notes

Cadran

Solaire

On retrouve des cadrans solaires un peu partout dans notre entourage. Ce sont à la fois des instruments de mesure du temps s'appuyant sur des phénomènes d'origine astronomique mais également des objets ornementaux.

Leur fabrication nous paraît souvent obscure alors que leur utilisation peut nous paraître simple. En nous appuyant ici sur des phénomènes astronomiques de base concernant les mouvements de la Terre sur elle-même et autour du Soleil, on se propose de présenter comment construire un cadran solaire sur un mur quelconque.

L'exemple traité ici est celui du *Lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre* (89). Ce livret présente les différentes étapes de l'élaboration de son cadran solaire.